

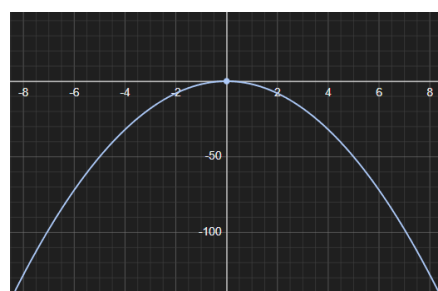
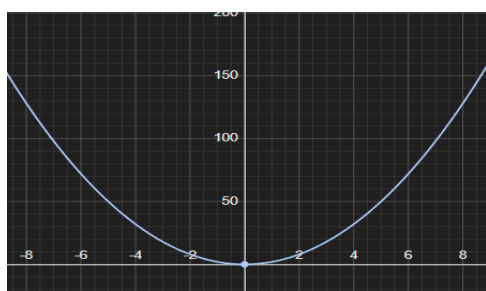
2.2 LINEÁRNE A KVADRATICKÉ FUNKCIE

Kvadratická funkcia – typy grafov

Definujte kvadratickú funkciu. Načrtnite základné typy grafov kvadratických funkcií v závislosti od koeficienta pri kvadratickom člene a popíšte ich vlastnosti. Na konkrétnom príklade vysvetlite ako nájdete vrchol grafu kvadratickej funkcie.

Kvadratická funkcia je funkcia určená rovnicou $y = ax^2 + bx + c$; $a, b, c \in \mathbb{R}$

základné typy grafov kvadratických funkcií v závislosti od koeficienta pri kvadratickom člene a ich vlastnosti: koeficient (a). Ak je $a > 0$ tak je parabola obrátená nahor, ak je $a < 0$ tak je parabola obrátená na dol, ak $a = 0$ tak je funkcia konštantná a nie je kvadratickou.



Vlastnosti:

1. grafom je parabola obrátená nahor;

2. definičný obor $D = \mathbb{R}$;

3. obor hodnôt $H = \left[-\frac{b^2}{4a} + c; \infty \right)$;

4. ak $b = 0$, tak je párna;

5. je rastúca na intervale $\left(-\frac{b}{2a}; \infty \right)$;

, klesajúca na intervale $\left(-\infty; -\frac{b}{2a} \right)$;

6. má minimum v bode $x = -\frac{b}{2a}$;

7. je zdola ohraničená;

8. nie je prostá;

1. grafom je parabola obrátená nadol;

2. definičný obor $D = \mathbb{R}$;

3. obor hodnôt $H = \left(-\frac{b^2}{4a} + c; -\infty \right)$

4. ak $b = 0$, tak je párna;

5. je rastúca na intervale $\left(-\infty; -\frac{b}{2a} \right)$;

, klesajúca na intervale $\left(-\frac{b}{2a}; \infty \right)$;

6. má maximum v bode $x = -\frac{b}{2a}$;

7. je zhora ohraničená;

8. nie je prostá;

vrchol grafu kvadratickej funkcie: (2 spôsoby)

$$V \left[-\frac{b}{2a}; -\frac{b^2}{4a} + c \right].$$

týmto vzorcom:

alebo: ak má funkcia priesečníky s osou x tak si vieme vypočítať nulové body, pričom hodnota x ktorá je medzi hodnotami x_1, x_2 nulových bodov, je hodnota x vrcholu paraboly.

$$\frac{|x_2 - x_1|}{2} + x_1 = x$$

Kvadratická funkcia – poloha grafu

Definujte kvadratickú funkciu. Na konkrétnych príkladoch vysvetlite ako závisí umiestnenie a tvar grafu kvadratickej funkcie od hodnôt koeficientov a , b , c . Vysvetlite ako súvisí poloha grafu kvadratickej funkcie s počtom riešení rovnako zapísanej kvadratickej rovnice.

Kvadratická funkcia je funkcia určená rovnicou $y = ax^2 + bx + c$, $a, b, c \in \mathbb{R}$

ako závisí umiestnenie a tvar grafu kvadratickej funkcie od hodnôt koeficientov a , b , c

a určuje akým smerom sa bude parabola rozťahovať a ako intenzívne sa bude toto rozťahovanie uskutočňovať. Ak $a > 0$ tak funkcia je parabola obrátená nahor, ak $a < 0$ tak je parabola obrátená na dol, ak $a = 0$ tak je funkcia konštantná a nie je kvadratickou.

b určuje posunutie funkcie doľava, doprava. Posun je obrátený (záporné b posúva funkciu kladným smerom a kladné b posúva funkciu záporným smerom)

c určuje posunutie funkcie nahor, nadol. Posun je priamy (záporné c posúva funkciu záporným smerom a kladné c posúva funkciu kladným smerom)

ako súvisí poloha grafu kvadratickej funkcie s počtom riešení rovnako zapísanej kvadratickej rovnice

Ak má kvadratická rovnice 2 riešenia (nulové body) tak graf totožnej funkcie má 2 priesečníky s osou x .

Ak má kvadratická rovnice 1 riešenie tak graf totožnej funkcie má 1 priesečníky s osou x , ktorý je aj vrcholom grafu.

Ak nemá kvadratická rovnica riešenie tak graf totožnej funkcie nemá priesečníky s osou x .

Lineárna funkcia, smernicový tvar priamky

Definujte lineárnu funkciu a popíšte jej vlastnosti. Vysvetlite pojmy: smernica, smernicový tvar rovnice priamky. Vysvetlite súvis koeficientov lineárnej funkcie a koeficientov smernicového tvaru rovnice priamky.

Lineárna funkcia je funkcia určená rovnicou $y = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$ (ak $a = 0$, tak je konštantná, ak $b = 0$, tak je to priama úmernosť)

Vlastnosti: buď konštantná, rastúca alebo klesajúca, prostá, nie je periodická, nie je párna, môže byť nepárna ak $b \neq 0$, $D(f) = \mathbb{R}$, $H(f) = \mathbb{R}$, nieje ohraničená, nemá extrém.

Smernica: parameter k vo smernicovom tvare priamky. Je to taktiež uhol priamky s osou x , $k = \tan \mu$

Smernicový tvar rovnice priamky: $y = kx + q$ Ak je $k > 0$, ide o rastúcu funkciu, ak je $k < 0$, ide o klesajúcu funkciu. Ak je $k = 0$, je priamka rovnobežná s osou. Priamku rovnobežnú s osou y nemožno vyjadriť v smernicovom tvare. parameter q určuje posun rovnice od osy x .

Vysvetlite súvis koeficientov lineárnej funkcie a koeficientov smernicového tvaru rovnice priamky.

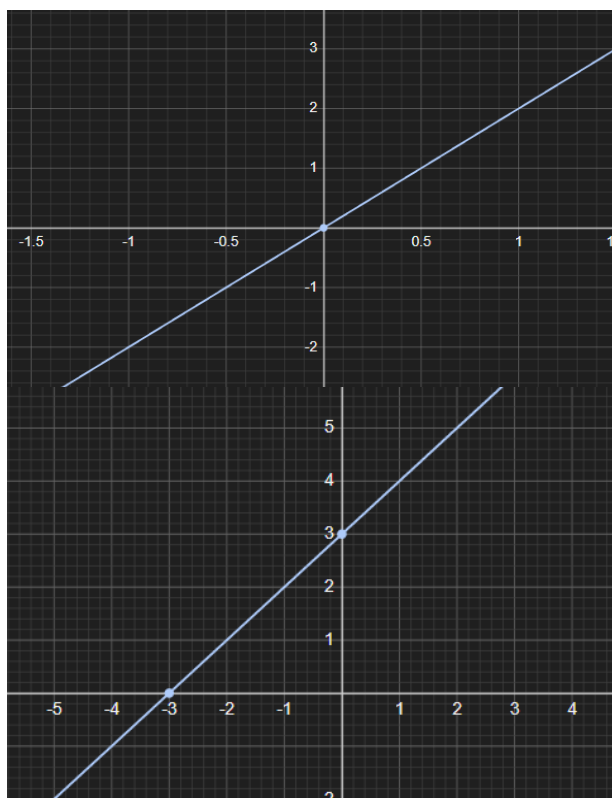
Koeficienty lineárnej funkcie a smernicového tvaru rovnice plnia rovnakú funkciu. $a \Rightarrow k$ $b \Rightarrow q$

Lineárna funkcia – poloha grafu

Definujte lineárnu funkciu. Na konkrétnych príkladoch vysvetlite ako závisí umiestnenie grafu lineárnej funkcie $f: y = ax + b$ od hodnôt koeficientov a, b . Ako nájdeme priesečníky grafu lineárnej funkcie a súradnicových osí?

Lineárna funkcia je funkcia určená rovnicou $y = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$ (ak $a = 0$, tak je konštantná, ak $b = 0$, tak je to priama úmernosť)

Na konkrétnych príkladoch vysvetlite ako závisí umiestnenie grafu lineárnej funkcie $f: y = ax + b$ od hodnôt koeficientov a, b



Pr.: $f: y = 2x$

2 (a) určuje rast: v $x = 1$ sa y zdvojnásobilo (ako aj $x = -1$)

Pr.: $f: y = x + 3$

3 (b) určuje posun grafu (čiže vzdialenosť bodu pre $x = 0$ od x -ovej osy.)

Priesečníky grafu lineárnej funkcie a

súradnicových osí

Priesečník s osou x nájdeme tak že za parameter y vo funkcií dosadíme 0

Priesečník s osou y nájdeme tak že za parameter x vo funkcií dosadíme 0

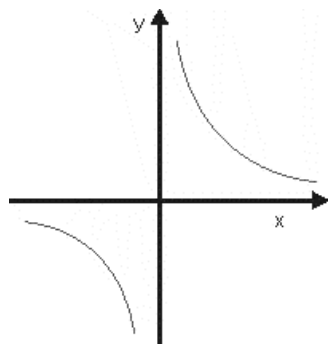
2.3 LINEÁRNE LOMENÉ A MOCNINOVÉ FUNKCIE

Mocninová funkcia

Charakterizujte mocninovú funkciu $f: y = x^n$, kde $n \in \mathbb{Z}$. Načrtnite grafy a porovnajte vlastnosti mocninových funkcií s prirodzeným exponentom a záporným celočíselným exponentom. Napíšte základné vzťahy využívané pri práci s mocninami.

Mocninová funkcia je určená rovnicou $y = x^n$, $n \in \mathbb{Z}$; čiže to je každá funkcia, ktorej parameter x nie je na 1.

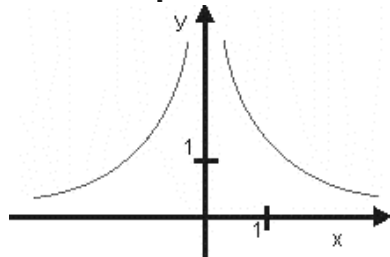
Načrtnite grafy a porovnajte vlastnosti mocninových funkcií s prirodzeným exponentom a záporným celočíselným exponentom



$$y = x^n$$

n je záporné nepárne celé číslo

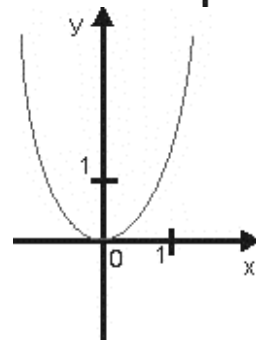
vlastnosti: je nepárna, nie je párna, nie je prostá, je monotónna len lokálne, nie je periodická, nie je ohraničená, nemá extrém, $D(f) = \mathbb{R} - 0$, $H(f) = \mathbb{R} - 0$



$$y = x^n$$

n je záporné párne celé číslo

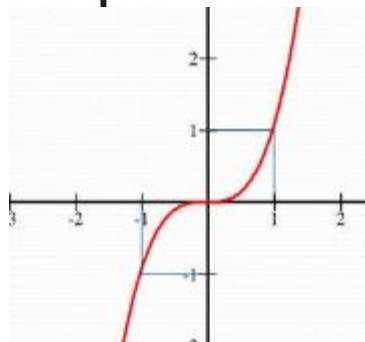
vlastnosti: nie je nepárna, je párna, nie je prostá, nie je periodická, je ohraničená zdola, nemá extrém, $D(f) = \mathbb{R} - 0$, $H(f) = (0, \infty)$



$$y = x^n$$

n je kladné párne celé číslo

vlastnosti: nie je nepárna, je párna, nie je prostá, nie je periodická, je ohraničená zdola, má minimum v $x = 0$, $D(f) = \mathbb{R}$, $H(f) = [0, \infty)$



$$y = x^n$$

n je kladné nepárne celé číslo

vlastnosti: je nepárna, nie je párna, je prostá, nie je periodická, nie je ohraničená, nemá extrém, $D(f) = \mathbb{R}$, $H(f) = \mathbb{R}$

základné vzťahy využívané pri práci s mocninami:

a) $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$

b) $\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$

c) $a^{r^s} = a^{r \cdot s}$

d) $(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$

e) $\frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b}\right)^r$

f) $a^0 = 1$ (neplatí ak je $a = 0$)

g) $\sqrt[r]{a^s} = a^{\frac{s}{r}}$

h) $a^{-r} = \frac{1}{a^r}$

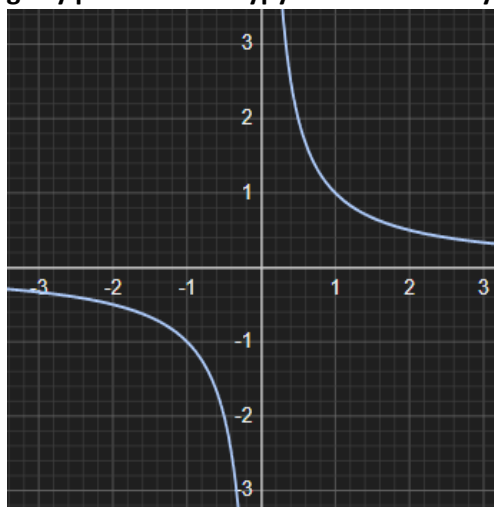
Lineárne lomená funkcia

Charakterizujte lineárne lomenú funkciu. Zakreslite grafy pre základné typy lineárne lomených funkcií a vypíšte vlastnosti. Ako určujeme polohy symptot grafov lineárne lomených funkcií?

Lineárne lomená funkcia je funkcia, ktorá je v tvare zlomku a má v čitateli a menovateli lineárny výraz. $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ $a, b, c, d \in \mathbb{R}$; $c \neq 0$; $a \cdot d \neq b \cdot c$

Po upravení je v tvare: $y = c \frac{d}{ax+b}$

grafy pre základné typy lineárne lomených funkcií a ich vlastnosti



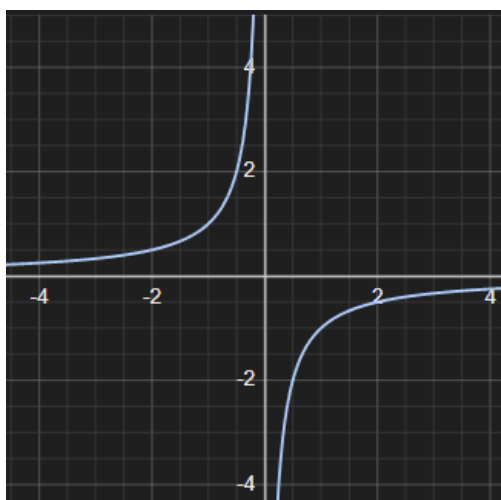
$$y = \frac{1}{x}$$

vlastnosti: je nepárna; nie je párna;

nie je prostá; nie je periodická;

Nie je ohraničená; Nemá extrém;

$D(f) = \mathbb{R} - 0$; $H(f) = \mathbb{R} - 0$;



$$y = -\frac{1}{x}$$

vlastnosti: je nepárna; nie je párna;

nie je prostá; nie je periodická;

Nie je ohraničená; Nemá extrém;

$D(f) = \mathbb{R} - 0$; $H(f) = \mathbb{R} - 0$;

Určenie asymptot: $y = c \frac{d}{ax+b}$ c je x-ová asymptota b je y-ová asymptota (obrátené)

Pre hodnoty asymptot funkcia nie je definovaná

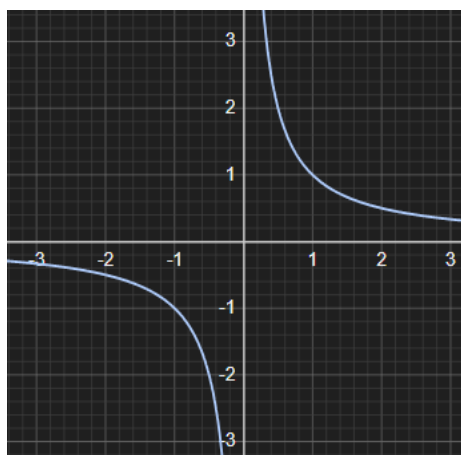
Nepriama úmernosť

Charakterizujte nepriamu úmernosť. Zakreslite grafy pre základné typy nepriamej úmernosti. Kedy hovoríme, že 2 veličiny sú nepriamo úmerné?

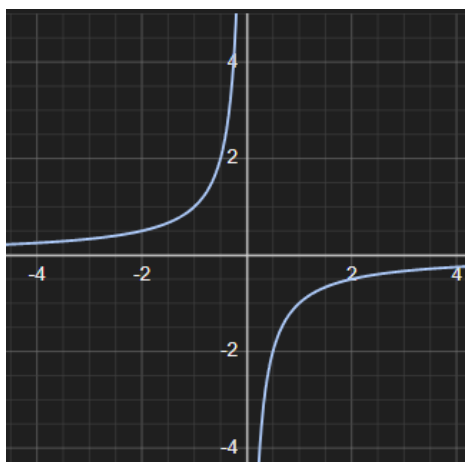
Nepriama úmernosť: Nepriama úmernosť je závislosť veličiny y od druhej veličiny x , kedy sa pri zvýšení veličiny x , zníži hodnota veličiny y . Nepriamu úmernosť teda môžeme popísať vzťahom $y = \frac{k}{x}$

Grafy pre základné typy nepriamej úmernosti

Grafom nepriamej úmernosti je hyperbola. Graf sa mení podľa koeficientu nepriamej úmernosti k (k nemôže byť 0)



$k > 0$



$k < 0$

Pri nepriamej úmernosti nás hlavne zaujíma kladná časť grafu keďže slovné úlohy sa orientujú v kladných číslach.

Kedy hovoríme, že 2 veličiny sú nepriamo úmerné: veličiny sú nepriamo úmerne v prípade ak sa veličina x zmenšila pri tom ako veličina y zmenšila. (teda veličina x sa zmenšuje/zväčšuje nepriamym vplyvom veličiny y)