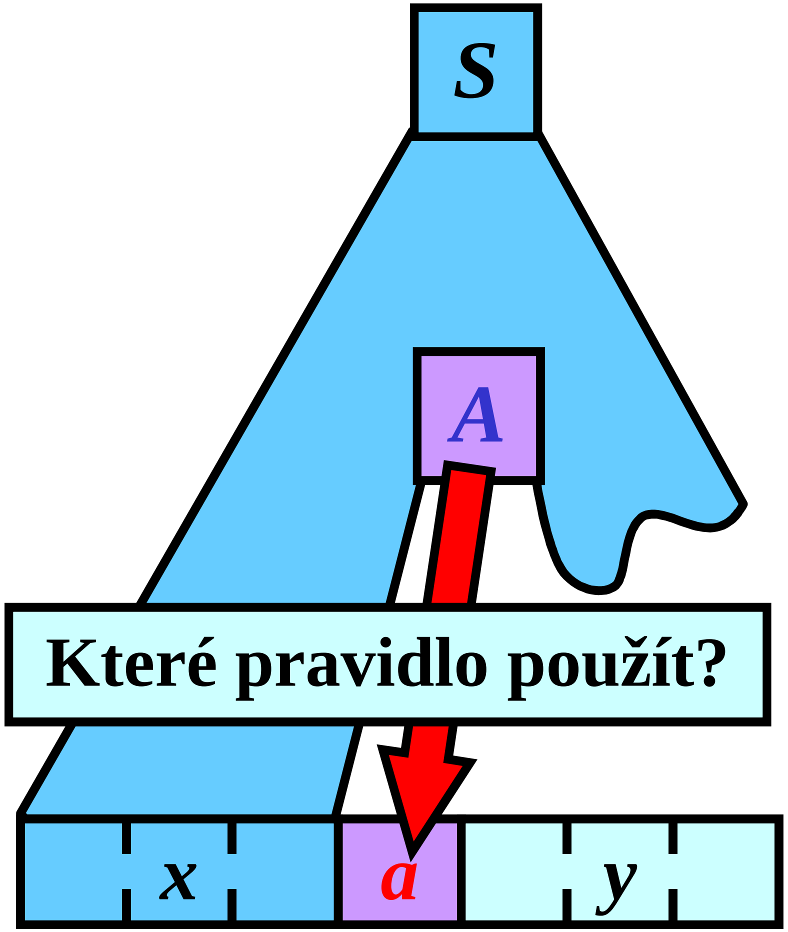
Kapitola VII.
Syntaktická analýza shora dolů

SA shora dolů: Úvod

Problém:



Myšlenka:

Tabulka:

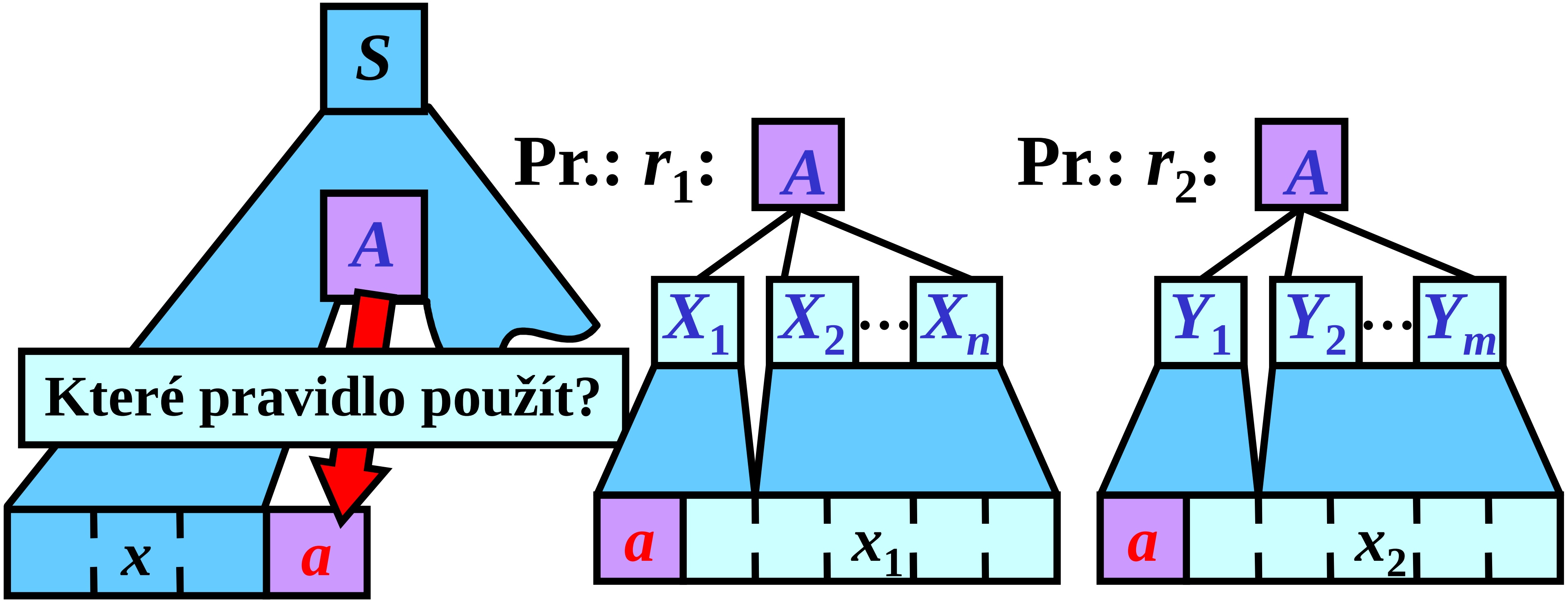
α	...	*a*	...
...			
A		α(*A*, *a*)	
...			

Použij: ***r***: ***A*** → ***x***

Otázka: Je možné sestrojit tuto tabulku pro **libovolnou** BKG?

Odpověď: NE

Výběr pravidla pomocí tabulky



Tabulka:

α	...	*a*	...
...			
A		α(*A*, *a*)	
...			

?

Použij r_1: $A \rightarrow X_1X_2\ldots X_n$

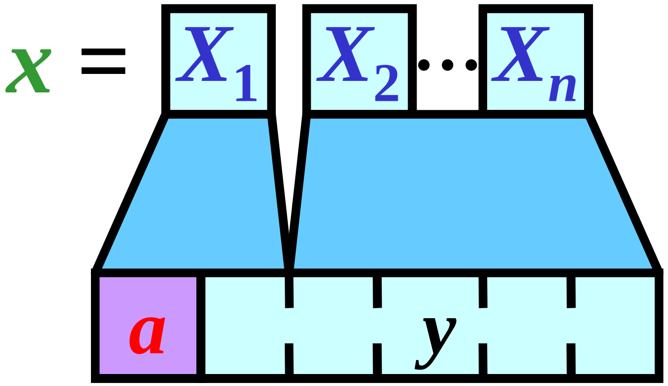
Použij r_2: $A \rightarrow Y_1Y_2\ldots Y_m$

Množina *First*

Myšlenka: *First*(x) je množina všech terminálů, kterými může začínat řetězec derivovatelný z x

Definice: Nechť $G = (N, T, P, S)$ je BKG. Pro každé $x \in (N \cup T)^*$ je definováno $First(x)$ jako:
$First(x) = \{a: a \in T, x \Rightarrow^* ay; y \in (N \cup T)^*\}$.

Ilustrace:



$x = X_1X_2\ldots X_n \Rightarrow^* ay$

$a \in First(x)$

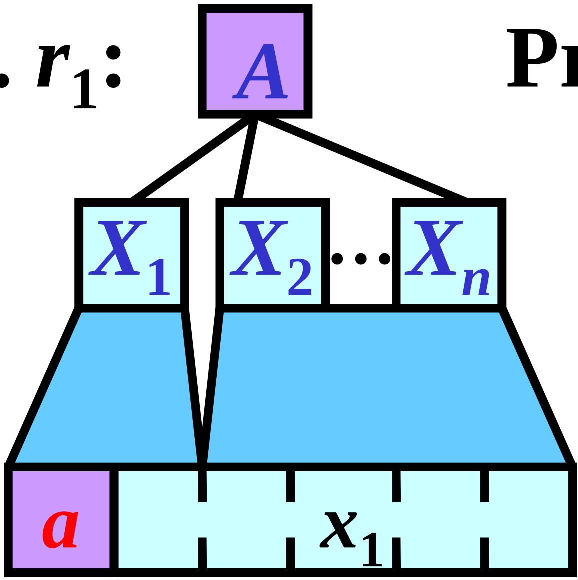
LL gramatika bez ε-pravidel

Definice: Nechť $G = (N, T, P, S)$ je BKG <u>bez ε-pravidel</u>. G je *LL gramatika*, pokud pro každé $a \in T$ a $A \in N$ existuje **maximálně jedno pravidlo** $A \rightarrow X_1X_2\ldots X_n \in P$ takové, že: $a \in First(X_1X_2\ldots X_n)$

Ilustrace:

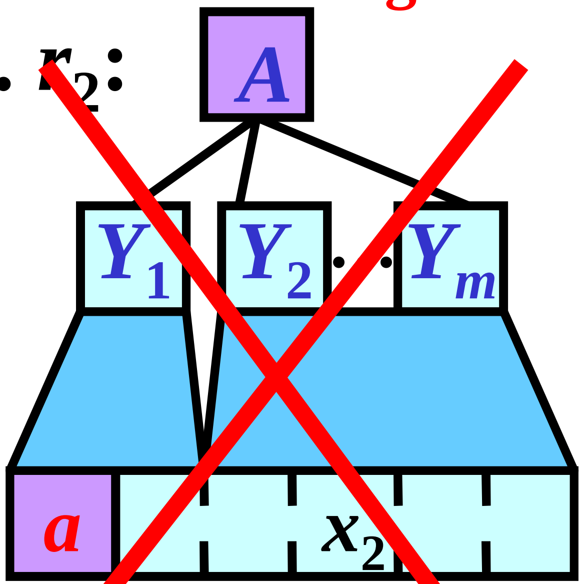
Nesmí nastat v LL-gramatice

Pr. r_1:



$a \in First(X_1X_2\ldots X_n)$

Pr. r_2:



$~~a \in First(Y_1Y_2\ldots Y_m)~~$

Tabulka:

α	...	a	...
...			
A		$\alpha(A, a)$	
...			

Pouze pravidlo:
r_1: $A \rightarrow X_1X_2\ldots X_n$

Jednoduchý programovací jazyk (JPJ)

1: <prog> → begin <st-list>
2: <st-list> → <stat> ; <st-list>
3: <st-list> → end
4: <stat> → read id
5: <stat> → write <item>
6: <stat> → id := add (<item> <it-list>
7: <it-list> → , <item> <it-list>
8: <it-list> →)
9: <item> → int
10: <item> → id

Pozn.: G_{JPJ} je LL gramatika

Příklad:

```
begin
  read i;
  j := add(i, 1);
  write j;
end
```

$\in$ JPJ

Algoritmus: *First*(X)

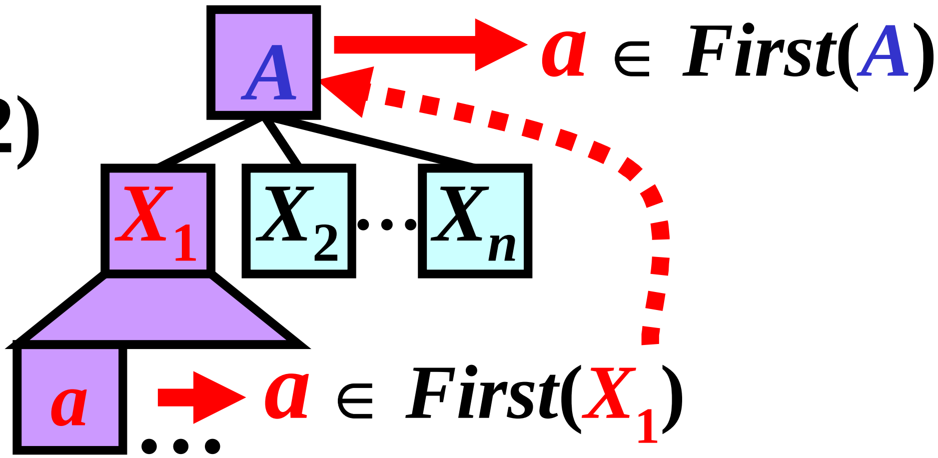
- **Vstup:** $G = (N, T, P, S)$ **bez ε-pravidel**
- **Výstup:** $First(X)$ pro každé $X \in N \cup T$

- **Metoda:**
- pro každé $a \in T$: $First(a) := \{a\}$
- **Používej následující pravidlo, dokud bude možné měnit nějakou množinu *First*:**
- **if** $A \to X_1X_2\ldots X_n \in P$, **then** přidej $First(X_1)$ do $First(A)$

Ilustrace:

1) pro každé $a \in T$:
$First(a) := \{a\}$,
protože $a \Rightarrow^0 a$

2)



First(*X*) pro JPJ: Příklad

First(**begin**) := {**begin**}	*First*(**id**) := {**id**}	*First*(**,**) := {**,**}
First(**end**) := {**end**}	*First*(**int**) := {**int**}	*First*(**(**) := {**(**}
First(**read**) := {**read**}	*First*(**:=**) := {**:=**}	*First*(**)**) := {**)**}
First(**write**) := {**write**}	*First*(**add**) := {**add**}	*First*(**;**) := {**;**}

<item> → **id** ∈ *P*: **přidej** *First*(**id**) **do** *First*(**<item>**)
<item> → **int** ∈ *P*: **přidej** *First*(**int**) **do** *First*(**<item>**)
Celkově: *First*(**<item>**) = {**id**, **int**}

<it-list> → **)** ∈ *P*: **přidej** *First*(**)**) **do** *First*(**<it-list>**)
<it-list> → **,** … ∈ *P*: **přidej** *First*(**,**) **do** *First*(**<it-list>**)
Celkově: *First*(**<it-list>**) = {**)**, **,**}

<stat> → **id** … ∈ *P*: **přidej** *First*(**id**) **do** *First*(**<stat>**)
<stat> → **write** … ∈ *P*: **přidej** *First*(**write**) **do** *First*(**<stat>**)
<stat> → **read** … ∈ *P*: **přidej** *First*(**read**) **do** *First*(**<stat>**)
Celkově: *First*(**<stat>**) = {**id**, **write**, **read**}

<st-list> → **end** ∈ *P*: **přidej** *First*(**end**) **do** *First*(**<st-list>**)
<st-list> → **<stat>** … ∈ *P*: **přidej** *First*(**<stat>**) **do** *First*(**<st-list>**)
Celkově: *First*(**<st-list>**) = {**id**, **write**, **read**, **end**}

<prog> → **begin** … ∈ *P*: **přidej** *First*(**begin**) **do** *First*(**<prog>**)
Celkově: *First*(**<prog>**) = {**begin**}

Konstrukce LL-tabulky

α	…	*a*	…
…			
A		α(*A*, *a*)	
…			

α(*A*, *a*) = $A \rightarrow X_1X_2\ldots X_n \in P$
pokud $a \in First(X_1)$; jinak α(*A*, *a*) je prázdné ⇒ **CHYBA**

Vytvořme: LL tabulku

	id	**int**	**:=**	**…**
<prog>				
<st-list>	2			
<stat>	6			
<it-list>				
<item>	10			

id ∈ ***First***(**<stat>**)

id ∈ ***First***(**id**)

id ∈ ***First***(**id**)

Prav. *r*: $A \rightarrow X_1X_2\ldots X_n$	***First***(X_1)
1: <prog> → begin …	{begin}
2: <st-list> → <stat>…	{id, write, read}
3: <st-list> → end	{end}
4: <stat> → read …	{read}
5: <stat> → write …	{write}
6: <stat> → id …	{id}
7: <it-list> → , …	{,}
8: <it-list> →)	{)}
9: <item> → int	{int}
10: <item> → id	{id}

Zbytek vytvoříme analogicky.

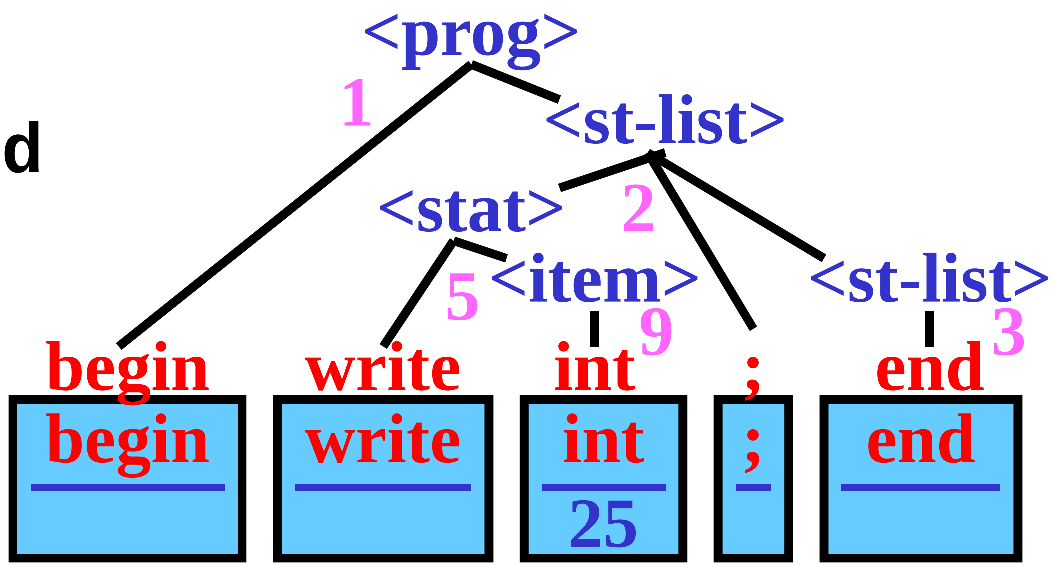
SA založená na LL-tabulce: Příklad

1:	<prog>	→ **begin** <st-list>	6:	<stat>	→ **id := add (** …
2:	<st-list>	→ <stat> **;** <st-list>	7:	<it-list>	→ **,** <item> <it-list>
3:	<st-list>	→ **end**	8:	<it-list>	→ **)**
4:	<stat>	→ **read id**	9:	<item>	→ **int**
5:	<stat>	→ **write** <item>	10:	<item>	→ **id**

	beg	end	rd	wr	id	int	,	(	)	;	:=	add
<prog>	1											
<st-list>		3	2	2	2							
<stat>			4	5	6							
<it-list>							7		8			
<item>					10	9						

Zdrojový program:

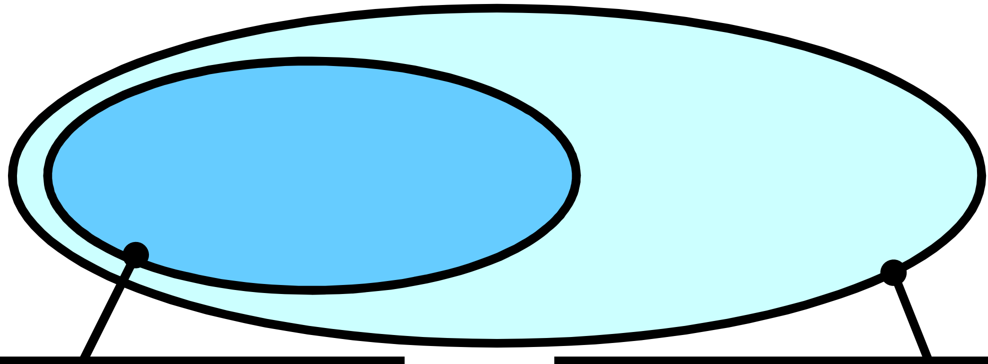
```
begin write 25; end
```



LL gramatiky: Úspěšné transformace

Obecně: BKG jsou silnější než LL-gramatiky

Ilustrace:



Třída jazyků generovaných LL gramatikami $\subset$ **Třída jazyků generovaných BKG**

• **Některé** BKG mohou být převedeny na ekvivalentní LL gramatiky pomocí následujících transformací:

1) Faktorizace (vytýkání)

2) Odstranění levé rekurze

Pozn.: Pravidlo tvaru $A \rightarrow Ax$, kde $A \in N$, $x \in (N \cup T)^*$ se nazývá *levě rekurzívní pravidlo*.

Faktorizace (vytýkání)

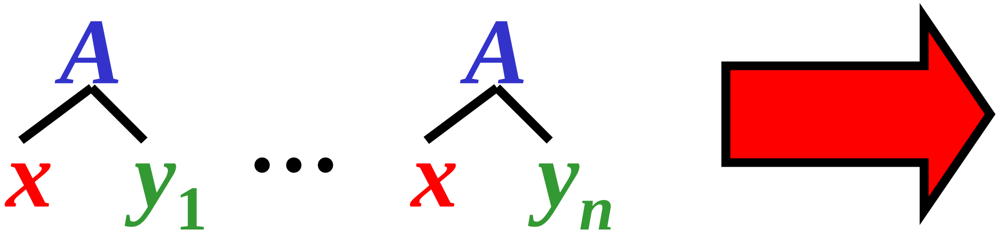
Myšlenka: Zaměnit pravidla tvaru:

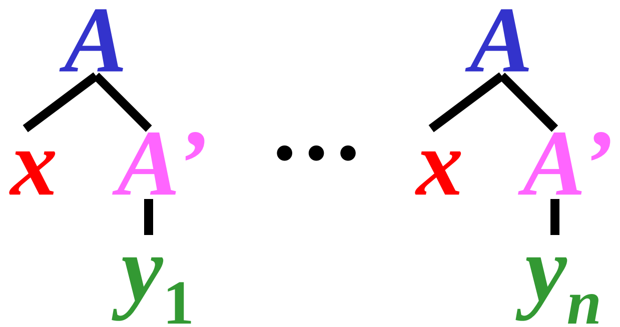
$$A \rightarrow xy_1,\ A \rightarrow xy_2,\ \ldots,\ A \rightarrow xy_n \text{ na:}$$

$$A \rightarrow xA',\ A' \rightarrow y_1,\ A' \rightarrow y_2,\ \ldots,\ A' \rightarrow y_n,$$

kde A' je nový neterminál

Ilustrace:





Příklad:

<stat> → <u>write</u> <u>id</u>
<stat> → <u>write</u> <u>int</u>

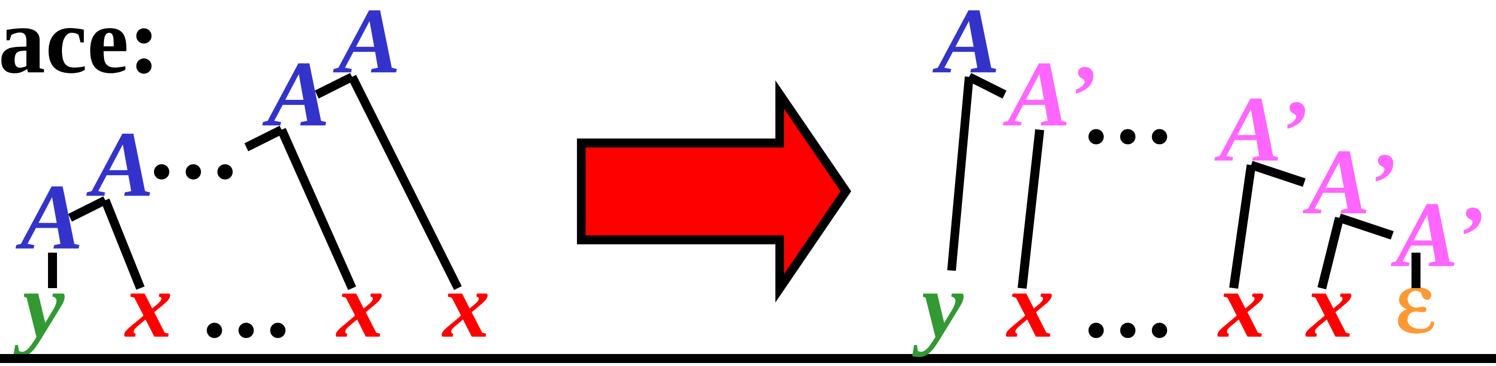
⇒

<stat> → <u>write</u> <item>
<item> → <u>id</u>
<item> → <u>int</u>

Odstranění levé rekurze

Myšlenka: Zaměnit pravidla tvaru: $A \rightarrow Ax$, $A \rightarrow y$ za: $A \rightarrow yA'$, $A' \rightarrow xA'$, $A' \rightarrow \varepsilon$, kde A' je nový neterminál.

Ilustrace:



Příklad:

$E \rightarrow E+T$
$E \rightarrow T$

$E \rightarrow TE'$, $E' \rightarrow +TE'$, $E' \rightarrow \varepsilon$

$T \rightarrow T*F$
$T \rightarrow F$

$T \rightarrow FT'$, $T' \rightarrow *FT'$, $T' \rightarrow \varepsilon$

$F \rightarrow (E)$
$F \rightarrow i$

$F \rightarrow (E)$
$F \rightarrow i$

LL-gramatiky s ε-pravidly: Úvod

Proč ε-pravidla?

- Odstranění levé rekurze vytvoří ε-pravidla
- ε-pravidla často udělají gramatiku „čistější“

Zjednodušení této části:

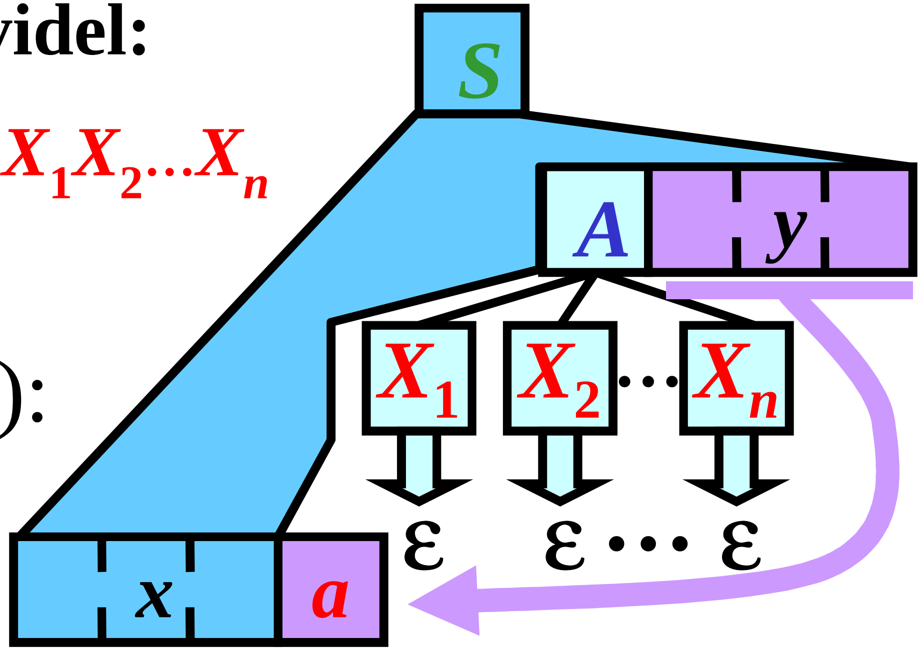
Budeme předpokládat, že každý vstupní řetězec je zakončen $.

Pozn.: **$** značí „zakončovač“

Hlavní problém ε-pravidel:

Pravidlo *r*: $A \rightarrow X_1X_2\ldots X_n$

Možná: $a \notin First(A)$:



Pozn.: Musíme definovat další množiny: *Empty*, *Follow* a *Predict*.

Gramatika pro aritmetické výrazy

- $G_{expr3} = (N, T, P, \boldsymbol{E})$, kde
- $N = \{\boldsymbol{E}, \boldsymbol{E'}, \boldsymbol{T}, \boldsymbol{T'}, \boldsymbol{F}\}$,
- $T = \{\boldsymbol{i}, \boldsymbol{+}, \boldsymbol{*}, \boldsymbol{(}, \boldsymbol{)}\}$,
- $P = \{$ 1: $\boldsymbol{E} \rightarrow \boldsymbol{TE'}$, 2: $\boldsymbol{E'} \rightarrow \boldsymbol{+TE'}$,
  3: $\boldsymbol{E'} \rightarrow \varepsilon$, 4: $\boldsymbol{T} \rightarrow \boldsymbol{FT'}$,
  5: $\boldsymbol{T'} \rightarrow \boldsymbol{*FT'}$, 6: $\boldsymbol{T'} \rightarrow \varepsilon$,
  7: $\boldsymbol{F} \rightarrow \boldsymbol{(E)}$, 8: $\boldsymbol{F} \rightarrow \boldsymbol{i}$ $\}$

Příklad:

$$\boldsymbol{(i + i)*(i + i)} \in \boldsymbol{L(G_{expr3})}$$

Množina *Empty*

Myšlenka: *Empty*(x) je množina, která obsahuje jediný prvek ε, pokud x derivuje ε, jinak je prázdná

Definice: Nechť $G = (N, T, P, S)$ je BKG.
$Empty(x) = \{\varepsilon\}$ if $x \Rightarrow^* \varepsilon$; jinak
$Empty(x) = \emptyset$, kde $x \in (N \cup T)^*$.

Ilustrace:

$$x = \boxed{X_1}\,\boxed{X_2}\cdots\boxed{X_n}$$

$$\underbrace{\varepsilon \quad \varepsilon \cdots \varepsilon}_{\varepsilon}$$

$$x = X_1X_2\ldots X_n \Rightarrow^* \varepsilon$$

$$Empty(x) = \{\varepsilon\}$$

Algoritmus: *Empty*(X)

- **Vstup:** $G = (N, T, P, S)$
- **Výstup:** $Empty(X)$ pro každý symbol $X \in N \cup T$

- **Metoda:**
- pro každé $a \in T$: $Empty(a) := \emptyset$
- pro každé $A \in N$:

  if $A \rightarrow \varepsilon \in P$ **then** $Empty(A) := \{\varepsilon\}$

  else $Empty(A) := \emptyset$
- **Používej následující pravidlo, dokud bude možné měnit nějakou množinu *Empty*:**
  - **if** $A \rightarrow X_1X_2\ldots X_n \in P$ **and** $Empty(X_i) = \{\varepsilon\}$ pro všechna $i = 1, \ldots, n$ **then** $Empty(A) := \{\varepsilon\}$

Předchozí algoritmus: Ilustrace

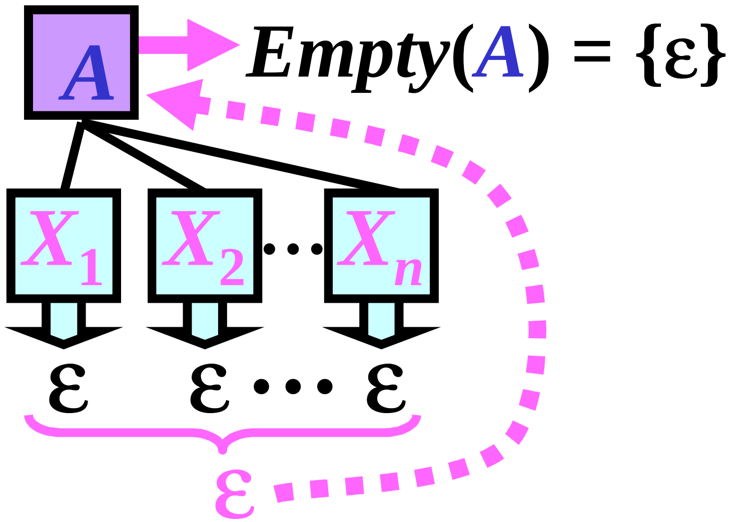
1) Pro každé ***a*** $\in$ *T*: *Empty*(***a***) := $\emptyset$, protože ***a*** $\not\Rightarrow^*$ ε

2) Pro každé ***r***: ***A*** $\rightarrow$ ε $\in$ ***P***: *Empty*(***A***) := {ε}, protože ***A*** $\Rightarrow^1$ ε **[*r*]**

---

3) Používej následující pravidlo, dokud bude možné měnit nějakou množinu *Empty* :

• **if** ***A*** $\rightarrow$ $X_1X_2\ldots X_n \in P$ **and** *Empty*(X_i) = {ε} pro všechna $i = 1, \ldots, n$ **then** *Empty*(***A***) := {ε}



$Empty(X)$ pro G_{expr3}: Příklad

$G_{expr3} = (N, T, P, E)$, kde: $N = \{E, E', T, T', F\}$, $T = \{i, +, *, (,)\}$,
$P = \{$ 1: $E \to TE'$, 2: $E' \to +TE'$, 3: $E' \to \varepsilon$, 4: $T \to FT'$
5: $T' \to *FT'$, 6: $T' \to \varepsilon$, 7: $F \to (E)$, 8: $F \to i$ $\}$

Inicializace:

$Empty(i)$	$:= \emptyset$	$Empty(E)$	$:= \emptyset$
$Empty(+)$	$:= \emptyset$	$Empty(E')$	$:= \{\varepsilon\}$
$Empty(*)$	$:= \emptyset$	$Empty(T)$	$:= \emptyset$
$Empty(()$	$:= \emptyset$	$Empty(T')$	$:= \{\varepsilon\}$
$Empty())$	$:= \emptyset$	$Empty(F)$	$:= \emptyset$

- **Žádná *Empty* množina již nemůže být změněna**

Algoritmus: *First*(X)

- **Vstup:** $G = (N, T, P, S)$
- **Výstup:** *First*(X) pro každé $X \in N \cup T$

- **Metoda:**
- pro každé $\boldsymbol{a} \in T$: *First*($\boldsymbol{a}$) := {$\boldsymbol{a}$}
- pro každé $\boldsymbol{A} \in N$: *First*($\boldsymbol{A}$) := $\emptyset$
- **Používej následující pravidlo, dokud bude možné měnit nějakou množinu *First*:**
- **if** $A \rightarrow X_1X_2\ldots X_{k-1}X_k\ldots X_n \in P$ **then**
  - přidej všechny symboly z *First*(X_1) do *First*(A)
  - **if** *Empty*(X_i) = {ε} pro $i = 1,\ldots, k$-1, kde $k \leq n$ **then** přidej všechny symboly z *First*(X_k) do *First*(A)

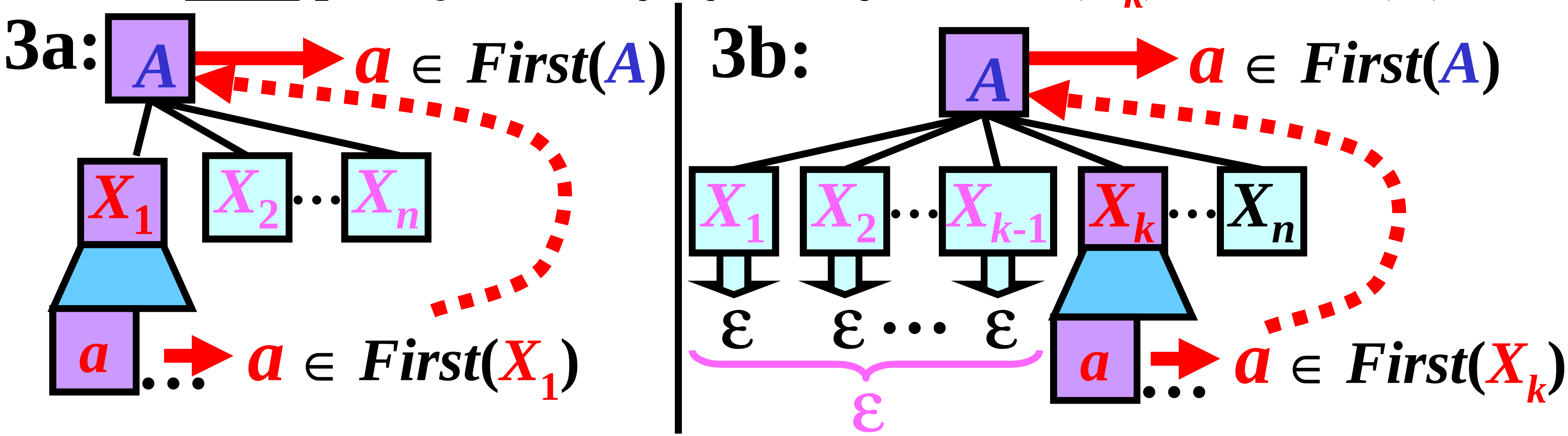
Předchozí algoritmus: Ilustrace

1) pro každé $a \in T$: $First(a) := \{a\}$, protože $a \Rightarrow^0 a$

2) pro každé $A \in N$: $First(A) := \emptyset$ (Inicializace)

3) Používej následující pravidlo, dokud bude možné měnit nějakou množinu *First*:

- **if** $A \rightarrow X_1X_2 \dots X_{k-1}X_k \dots X_n \in P$ **then**
  - **3a)** přidej všechny symboly z $First(X_1)$ do $First(A)$
  - **3b) if** $Empty(X_i) = \{\varepsilon\}$ pro $i = 1,\dots, k$-1, kde $k \le n$ **then** přidej všechny symboly z $First(X_k)$ do $First(A)$:



First(*X*) for G_{expr3}: Příklad

Inicializace:

First(**i**)	:= {**i**}	*First*(***E***)	:= ∅
First(+)	:= {+}	*First*(***E'***)	:= ∅
First(*)	:= {*}	*First*(***T***)	:= ∅
First(**(**)	:= { **(** }	*First*(***T'***)	:= ∅
First(**)**)	:= { **)** }	*First*(***F***)	:= ∅

F → **i** ∈ *P*: **přidej** *First*(**i**) = {**i**} **do** *First*(***F***)
F → **(*E*)** ∈ *P*: **přidej** *First*(**(**) = {**(**} **do** *First*(***F***)
Celkově: *First*(*F*) = {*i*, (}

T' → ***FT'*** ∈ *P*: **přidej** *First* (*) = {*} **do** *First*(***T'***)
Celkově: *First*(*T'*) = {*}

T → ***FT'*** ∈ *P*: **přidej** *First* (***F***) = {**i, (**} **do** *First*(***T***)
Celkově: *First*(*T*) = {*i*, (}

E' → **+*TE'*** ∈ *P*: **přidej** *First* (+) = {+} **do** *First*(***E'***)
Celkově: *First*(*E'*) = {+}

E → ***TE'*** ∈ *P*: **přidej** *First* (***T***) = {**i, (**} **do** *First*(***E***)
Celkově: *First*(*E*) = {*i*, (}

- **Žádná *First* množina již nemůže být změněna.**

First(*X*) & *Empty*(*X*) pro G_{expr3}: Celkově

$G_{expr3} = (N, T, P, E)$, kde: $N = \{E, E', T, T', F\}$, $T = \{i, +, *, (,)\}$,

$P = \{$ 1: $E \rightarrow TE'$, 2: $E' \rightarrow +TE'$, 3: $E' \rightarrow \varepsilon$, 4: $T \rightarrow FT'$
5: $T' \rightarrow *FT'$, 6: $T' \rightarrow \varepsilon$, 7: $F \rightarrow (E)$, 8: $F \rightarrow i$ $\}$

Množina *Empty* pro všechna $X \in N \cup T$:

Empty(i)	:= $\emptyset$	*Empty*(E)	:= $\emptyset$
Empty($+$)	:= $\emptyset$	*Empty*(E')	:= $\{\varepsilon\}$
Empty($*$)	:= $\emptyset$	*Empty*(T)	:= $\emptyset$
Empty($($)	:= $\emptyset$	*Empty*(T')	:= $\{\varepsilon\}$
Empty($)$)	:= $\emptyset$	*Empty*(F)	:= $\emptyset$

Množina *First* pro všechna $X \in N \cup T$:

First(i)	:= $\{i\}$	*First*(E)	:= $\{i, (\}$
First($+$)	:= $\{+\}$	*First*(E')	:= $\{+\}$
First($*$)	:= $\{*\}$	*First*(T)	:= $\{i, (\}$
First($($)	:= $\{ (\}$	*First*(T')	:= $\{*\}$
First($)$)	:= $\{) \}$	*First*(F)	:= $\{i, (\}$

Pozn.: pro každé $a \in T$: $Empty(a) = \emptyset$, $First(a) = \{a\}$

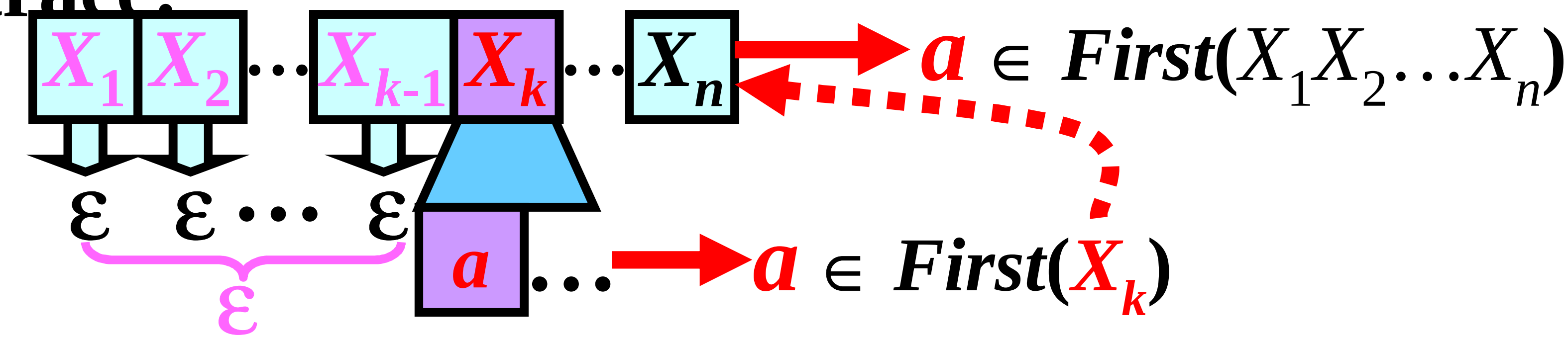
Algoritmus: $First(X_1X_2\ldots X_n)$

- **Vstup:** $G = (N, T, P, S)$; $First(X)$ & $Empty(X)$ pro každé $X \in N \cup T$; $x = X_1X_2\ldots X_n$, kde $x \in (N \cup T)^+$
- **Výstup:** $First(X_1X_2\ldots X_n)$

- **Metoda:**
- $First(X_1X_2\ldots X_n) := First(X_1)$
- **Používej následující pravidlo, dokud bude možné měnit množinu $\boldsymbol{First(X_1X_2\ldots X_{k-1}X_k\ldots X_n)}$:**
    - **if** $Empty(\boldsymbol{X_i}) = \{\varepsilon\}$ pro $i = 1, \ldots, k$-1, kde $k \leq n$
      then přidej všechny symboly z $First(\boldsymbol{X_k})$ do $First(X_1X_2\ldots X_n)$

! Pozn.: $First(\varepsilon) = \emptyset$

Ilustrace:



$First(X_1X_2\ldots X_n)$: Příklad

$G_{expr3} = (N, T, P, E)$, kde: $N = \{E, E', T, T', F\}$, $T = \{i, +, *, (,)\}$,
$P = \{$ 1: $E \to TE'$, 2: $E' \to +TE'$, 3: $E' \to \varepsilon$, 4: $T \to FT'$
5: $T' \to *FT'$, 6: $T' \to \varepsilon$, 7: $F \to (E)$, 8: $F \to i$ $\}$

Množiny *Empty* & *First* pro všechna $X \in N$:

$Empty(E)$	$:= \emptyset$	$First(E)$	$:= \{i, (\}$
$Empty(E')$	$:= \{\varepsilon\}$	$First(E')$	$:= \{+\}$
$Empty(T)$	$:= \emptyset$	$First(T)$	$:= \{i, (\}$
$Empty(T')$	$:= \{\varepsilon\}$	$First(T')$	$:= \{*\}$
$Empty(F)$	$:= \emptyset$	$First(F)$	$:= \{i, (\}$

Určeme: $First(E'T'FET)$

1) $First(\underline{E'}T'FET) := First(E') = \{+\}$

2) $First(E'\underline{T'}FET)$: přidej $First(T') = \{*\}$ do $First(E'T'FET)$

$Empty(E') = \{\varepsilon\}$

3) $First(E'T'\underline{F}ET)$: přidej $First(F) = \{i, (\}$ do $First(E'T'FET)$

$Empty(E') = Empty(T') = \{\varepsilon\}$

Celkově: $First(E'T'FET) = \{+, *, i, (\}$

Algoritmus: $Empty(X_1X_2\ldots X_n)$

- **Vstup:** $G = (N, T, P, S)$; $Empty(X)$ pro všechna $X \in N \cup T$;
  $x = X_1X_2\ldots X_n$, kde $x \in (N \cup T)^+$
- **Výstup:** $Empty(X_1X_2\ldots X_n)$

- **Metoda:**
- **if** $Empty(X_i) = \{\varepsilon\}$ pro všechna $i = 1, \ldots, n$ **then**

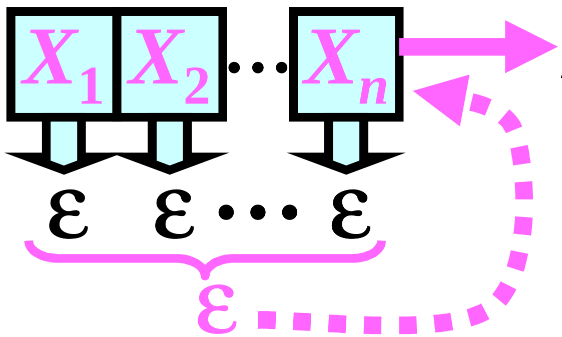
  $Empty(X_1X_2\ldots X_n) := \{\varepsilon\}$

  else

  $Empty(X_1X_2\ldots X_n) := \emptyset$

! Pozn.: $Empty(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$

Ilustrace:



$\mathbf{Empty}(X_1X_2\ldots X_n) = \{\varepsilon\}$

$Empty(X_1X_2 \ldots X_n)$: Příklad

$G_{expr3} = (N, T, P, E)$, kde: $N = \{E, E', T, T', F\}$, $T = \{i, +, *, (,)\}$,
$P = \{$ 1: $E \to TE'$, 2: $E' \to +TE'$, 3: $E' \to \varepsilon$, 4: $T \to FT'$
5: $T' \to *FT'$, 6: $T' \to \varepsilon$, 7: $F \to (E)$, 8: $F \to i$ $\}$

Množina *Empty* pro všechna $X \in N$:

$Empty(E) := \emptyset$
$Empty(E') := \{\varepsilon\}$
$Empty(T) := \emptyset$
$Empty(T') := \{\varepsilon\}$
$Empty(F) := \emptyset$

Určeme: $Empty(E'T')$

$Empty(E') = Empty(T') = \{\varepsilon\}$, **tedy** $Empty(E'T') = \{\varepsilon\}$

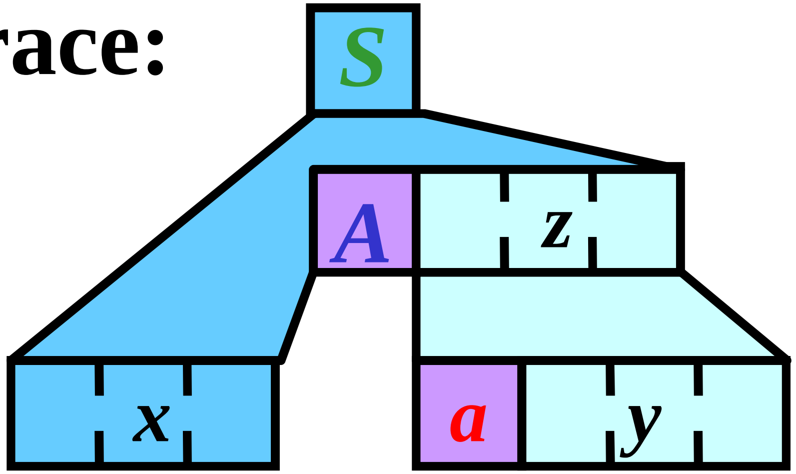
Množina *Follow*

Myšlenka: *Follow*(A) je množina všech terminálů, které se mohou vyskytovat vpravo od A ve větné formě.

Definice: Nechť $G = (N, T, P, S)$ je BKG. Pro všechna $A \in N$ definujeme množinu *Follow*(A):

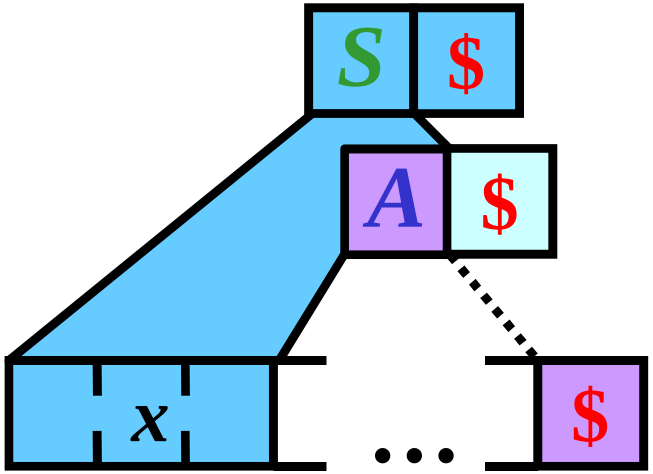
$$Follow(A) = \{a: a \in T, S \Rightarrow^* xAay, x, y \in (N \cup T)^*\}$$
$$\cup \{\$: S \Rightarrow^* xA, x \in (N \cup T)^*\}$$

Ilustrace:



$S \Rightarrow^* xAz \Rightarrow^* xAay$

$a \in Follow(A)$



$S \Rightarrow^* xA$

$\$ \in Follow(A)$

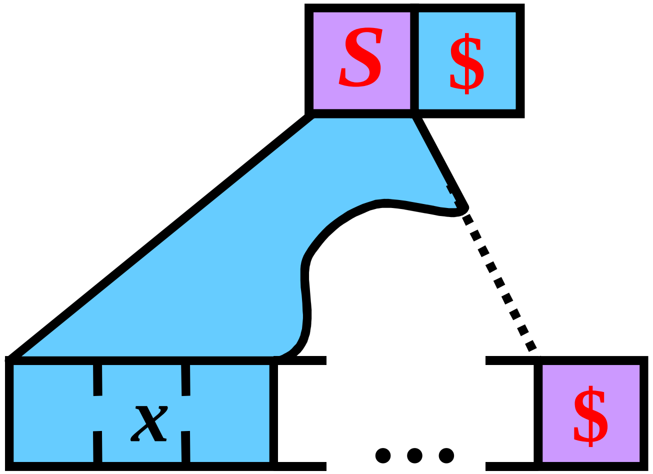
Algoritmus: *Follow*(*A*)

- **Vstup:** $G = (N, T, P, S)$;
- **Výstup:** *Follow*(*A*) pro každé $A \in N$

- **Metoda:**
- *Follow*(**S**) := {**$**};
- **Používej následující pravidlo, dokud bude možné měnit nějakou množinu *Follow*:**
- **if** $A \rightarrow xBy \in P$ **then**
  - **if** $y \neq \varepsilon$ **then**
    přidej všechny symboly z *First*(*y*) do *Follow*(**B**);
  - **if** *Empty*(*y*) = {ε} **then**
    přidej všechny symboly z *Follow*(**A**) do *Follow*(**B**);

Předchozí algoritmus: Ilustrace

1) *Follow*(***S***) := {**$**}



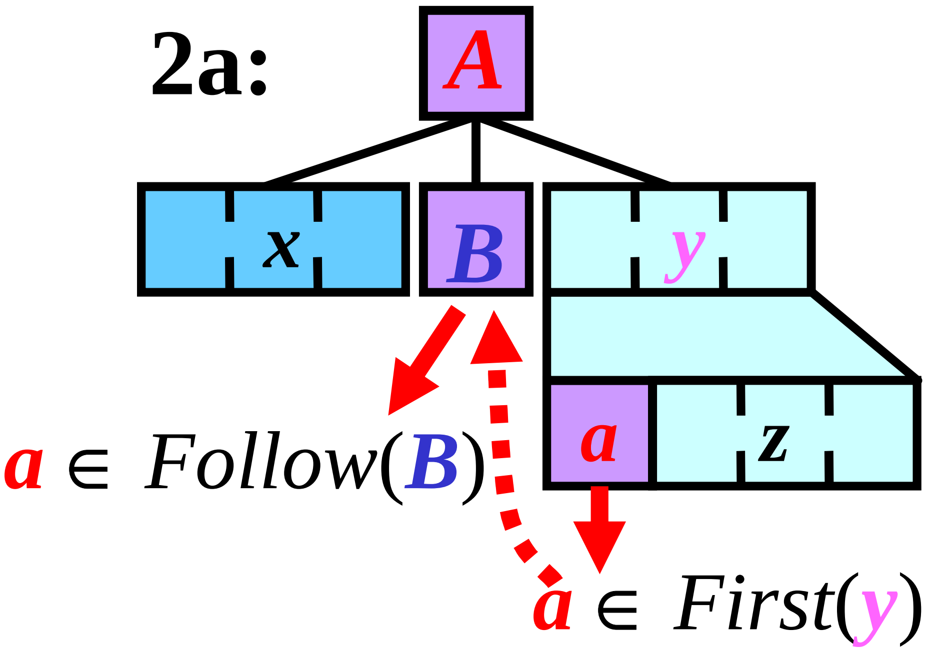
2) Používej následující pravidlo, dokud bude možné měnit *Follow*:

- **<u>if</u>** ***A*** → *x**B**y* ∈ *P* **<u>then</u>**

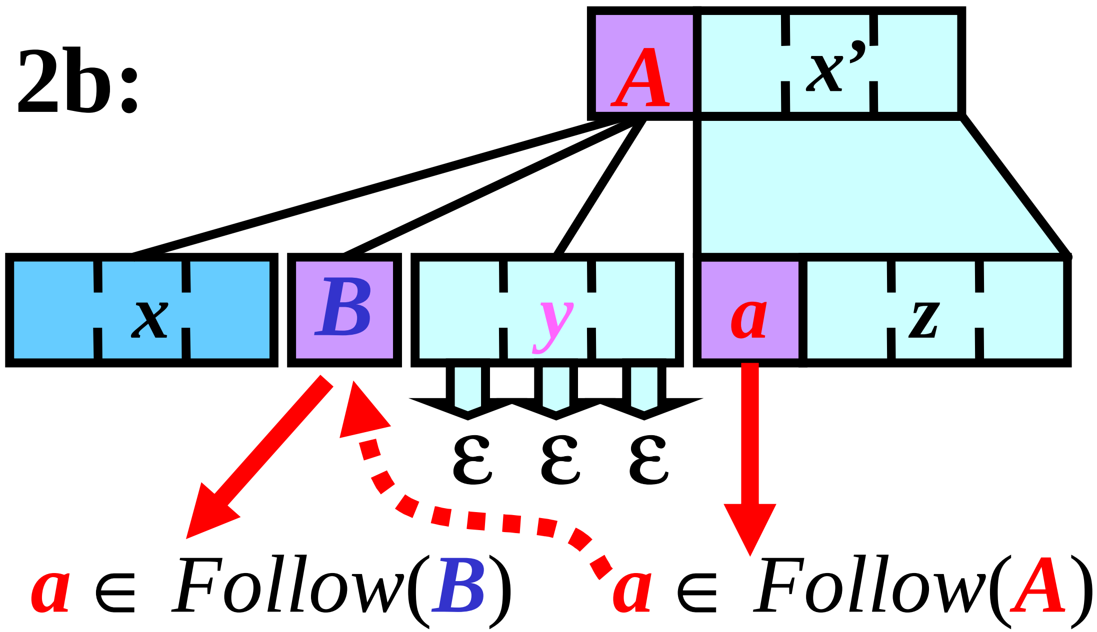
  2a) <u>if</u> *y* ≠ ε **<u>then</u>** přidej všechny symboly z *First*(*y*) do *Follow*(***B***)

  2b) <u>if</u> *Empty*(*y*) **= {ε} <u>then</u>** přidej všechny symboly z *Follow*(***A***) do *Follow*(***B***)

2a:



2b:



Follow(*X*) pro G_{expr3}: Příklad 1/3

First(*E*) := {i, (}	*Empty*(*E*) := ∅	*Follow*(*E*) := ∅
First(*E'*) := {+}	*Empty*(*E'*) := {ε}	*Follow*(*E'*) := ∅
First(*T*) := {i, (}	*Empty*(*T*) := ∅	*Follow*(*T*) := ∅
First(*T'*) := {*}	*Empty*(*T'*) := {ε}	*Follow*(*T'*) := ∅
First(*F*) := {i, (}	*Empty*(*F*) := ∅	*Follow*(*F*) := ∅

0) *Follow*(*E*) := {$}

---

1) $F \rightarrow (E \underbrace{)}_{\neq \varepsilon} \in P$: **přidej** *First*()) = {)} **do** *Follow*(*E*)

Celkově: *Follow*(*E*) = {$,)}

---

2) $E \rightarrow TE' \underbrace{}_{\varepsilon} \in P$: **přidej** *Follow*(*E*) = {$,)} **do** *Follow*(*E'*)

ε: *Empty*(ε) = {ε}

$E \rightarrow T\underbrace{E'}_{\neq \varepsilon} \in P$: **přidej** *First*(*E'*) = {+} **do** *Follow*(*T*)

$E \rightarrow T\underbrace{E'} \in P$: **přidej** *Follow*(*E*) = {$,)} **do** *Follow*(*T*)

Empty(*E'*) = {ε}

Celkově: *Follow*(*E'*) = {$,)}, *Follow*(*T*) = {+, $,)}

Follow(X) pro G_{expr3}: Příklad 2/3

First(***E***) := {***i***, **(**}	*Empty*(***E***) := ∅	*Follow*(***E***) := {**$**, **)**}
First(***E'***) := {+}	*Empty*(***E'***) := {ε}	*Follow*(***E'***) := {**$**, **)**}
First(***T***) := {***i***, **(**}	*Empty*(***T***) := ∅	*Follow*(***T***) := {+, **$**, **)**}
First(***T'***) := {*****}	*Empty*(***T'***) := {ε}	*Follow*(***T'***) := ∅
First(***F***) := {***i***, **(**}	*Empty*(***F***) := ∅	*Follow*(***F***) := ∅

3) $E' \rightarrow +TE'\underbrace{}_{\varepsilon} \in P$: **přidej** *Follow*(***E'***) = {**$,)**} **do** *Follow*(***E'***)

ε: *Empty*(ε) = {ε}

$E' \rightarrow +T\underbrace{E'}_{\neq \varepsilon} \in P$: **přidej** *First*(***E'***) = {+} **do** *Follow*(***T***)

$E' \rightarrow +T\underbrace{E'}_{} \in P$: **přidej** *Follow*(***E'***) = {**$,)**} **do** *Follow*(***T***)

Empty(***E'***) = {ε}

Celkově: Nic nezměněno

4) $T \rightarrow FT'\underbrace{}_{\varepsilon} \in P$: **přidej** *Follow*(***T***) = {**+, $,)**} **do** *Follow*(***T'***)

ε: *Empty*(ε) = {ε}

$T \rightarrow F\underbrace{T'}_{\neq \varepsilon} \in P$: **přidej** *First*(***T'***) = {*****} **do** *Follow*(***F***)

$T \rightarrow F\underbrace{T'}_{} \in P$: **přidej** *Follow*(***T***) = {**+, $,)**} **do** *Follow*(***F***)

Empty(***T'***) = {ε}

Celkově: *Follow*(***T'***) = {+, **$**, **)**}, *Follow*(***F***) = {*****, +, **$**, **)**}

Follow(*X*) pro G_{expr3}: Příklad 3/3

First(*E*) := {i, (}	*Empty*(*E*) := ∅	*Follow*(*E*) := {\$,)}
First(*E'*) := {+}	*Empty*(*E'*) := {ε}	*Follow*(*E'*) := {\$,)}
First(*T*) := {i, (}	*Empty*(*T*) := ∅	*Follow*(*T*) := {+, \$,)}
First(*T'*) := {*}	*Empty*(*T'*) := {ε}	*Follow*(*T'*) := {+, \$,)}
First(*F*) := {i, (}	*Empty*(*F*) := ∅	*Follow*(*F*) := {*, +, \$,)}

5) $T' \to *FT'\underbrace{}_{\varepsilon} \in P$: **přidej** *Follow*(*T'*) = {+, \$,)} **do** *Follow*(*T'*)

ε: *Empty*(ε) = {ε}

$T' \to *F\underbrace{T'}_{\neq \varepsilon} \in P$: **přidej** *First*(*T'*) = {*} **do** *Follow*(*F*)

$T' \to *F\underbrace{T'} \in P$: **přidej** *Follow*(*T'*) = {+, \$,)} **do** *Follow*(*F*)

Empty(*T'*) = {ε}

Konec: Žádná množina *Follow* nemůže být změněna.

Celkově:

Follow(*E*) := {\$,)}
Follow(*E'*) := {\$,)}
Follow(*T*) := {+, \$,)}
Follow(*T'*) := {+, \$,)}
Follow(*F*) := {*, +, \$,)}

Množina *Predict*

Myšlenka: *Predict*($A \rightarrow x$) je množina všech terminálů, které mohou být aktuálně nejlevěji vygenerovány, pokud pro libovolnou větnou formu použijeme pravidlo $A \rightarrow x$.

Definice: Nechť $G = (N, T, P, S)$ je BKG. Pro každé $\boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{x} \in P$ definujeme množinu $Predict(\boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{x})$ jako:

- pokud $Empty(\boldsymbol{x}) = \{\varepsilon\}$ potom:

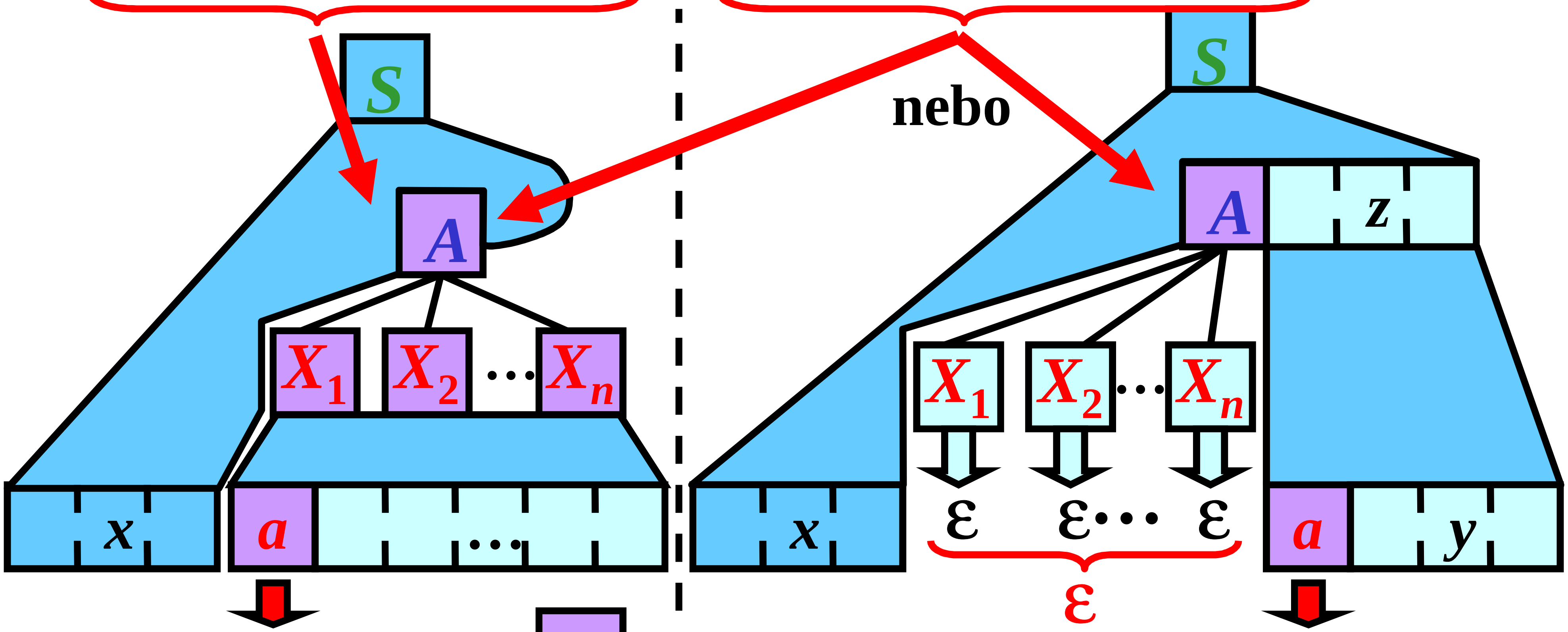
  $Predict(\boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{x}) = First(\boldsymbol{x}) \cup Follow(\boldsymbol{A})$

- jinak pokud $Empty(\boldsymbol{x}) = \emptyset$ potom:

  $Predict(\boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{x}) = First(\boldsymbol{x})$

Množina $Predict(A \rightarrow X_1X_2...X_n)$: Ilustrace

$Empty(X_1X_2...X_n) = \emptyset$ vs. $Empty(X_1X_2...X_n) = \{\varepsilon\}$



$a \in First(X_1X_2...X_n)$ $\boxed{a}$ = aktuální symbol na vstupu $a \in Follow(A)$

Celkově: **<u>if</u>** $Empty(X_1X_2...X_n) = \{\varepsilon\}$ **<u>then</u>**

$Predict(A \rightarrow X_1X_2...X_n) = First(X_1X_2...X_n) \cup Follow(A)$;

<u>else</u> $Predict(A \rightarrow X_1X_2...X_n) = First(X_1X_2...X_n)$

$Predict(A \rightarrow x)$ pro G_{expr3}: Příklad 1/2

$First(E) := \{i, (\}$	$Empty(E) := \emptyset$	$Follow(E) := \{\$,)\}$
$First(E') := \{+\}$	$Empty(E') := \{\varepsilon\}$	$Follow(E') := \{\$,)\}$
$First(T) := \{i, (\}$	$Empty(T) := \emptyset$	$Follow(T) := \{+, \$,)\}$
$First(T') := \{*\}$	$Empty(T') := \{\varepsilon\}$	$Follow(T') := \{+, \$,)\}$
$First(F) := \{i, (\}$	$Empty(F) := \emptyset$	$Follow(F) := \{*, +, \$,)\}$

1: $E \rightarrow TE'$

$Empty(TE') = \emptyset$, protože $Empty(T) = \emptyset$

$Predict(1) := First(TE') = First(T) = \{i, (\}$

2: $E' \rightarrow +TE'$

$Empty(+TE') = \emptyset$, protože $Empty(+) = \emptyset$

$Predict(2) := First(+TE') = First(+) = \{+\}$

3: $E' \rightarrow \varepsilon$

$Empty(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$

$Predict(3) := First(\varepsilon) \cup Follow(E') = \emptyset \cup \{\$,)\} = \{\$,)\}$

4: $T \rightarrow FT'$

$Empty(FT') = \emptyset$, protože $Empty(F) = \emptyset$

$Predict(4) := First(FT') = First(F) = \{i, (\}$

Predict$(A \to x)$ pro G_{expr3}: Příklad 2/2

$First(E) := \{i, (\}$	$Empty(E) := \emptyset$	$Follow(E) := \{\$,)\}$
$First(E') := \{+\}$	$Empty(E') := \{\varepsilon\}$	$Follow(E') := \{\$,)\}$
$First(T) := \{i, (\}$	$Empty(T) := \emptyset$	$Follow(T) := \{+, \$,)\}$
$First(T') := \{*\}$	$Empty(T') := \{\varepsilon\}$	$Follow(T') := \{+, \$,)\}$
$First(F) := \{i, (\}$	$Empty(F) := \emptyset$	$Follow(F) := \{*, +, \$,)\}$

5: $T' \to *FT'$

$Empty(*FT') = \emptyset$, protože $Empty(*) = \emptyset$

$Predict(5) := First(*FT') = First(*) = \{*\}$

6: $T' \to \varepsilon$

$Empty(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$

$Predict(6) := First(\varepsilon) \cup Follow(T') = \emptyset \cup \{+, \$,)\} = \{+, \$,)\}$

7: $F \to (E)$

$Empty((E)) = \emptyset$, protože $Empty(() = \emptyset$

$Predict(7) := First((E)) = First(() = \{(\}$

8: $F \to i$

$Empty(i) = \emptyset$

$Predict(8) := First(i) = \{i\}$

Konstrukce LL-tabulky

α	...	*a*	...
...			
A		α(*A*, *a*)	
...			

α(*A*, *a*) = $A \rightarrow X_1X_2\ldots X_n \in P$ pokud *a* ∈ *Predict*($A \rightarrow X_1X_2\ldots X_n$); jinak α(*A*, *a*) je *prázdné*.

Určeme: LL tabulku pro G_{expr3}

	i	+	*	(	)	$
E	1					
E'						
T	4					
T'						
F	8					

i ∈ ***Predict***(1)

i ∈ ***Predict***(4)

i ∈ ***Predict***(8)

Pravidlo *r*	***Predict*(*r*)**
1: $E \rightarrow TE'$	{*i*, (}
2: $E' \rightarrow +TE'$	{+}
3: $E' \rightarrow \varepsilon$	{$,)}
4: $T \rightarrow FT'$	{*i*, (}
5: $T' \rightarrow *FT'$	{*}
6: $T' \rightarrow \varepsilon$	{+, $,)}
7: $F \rightarrow (E)$	{(}
8: $F \rightarrow i$	{*i*}

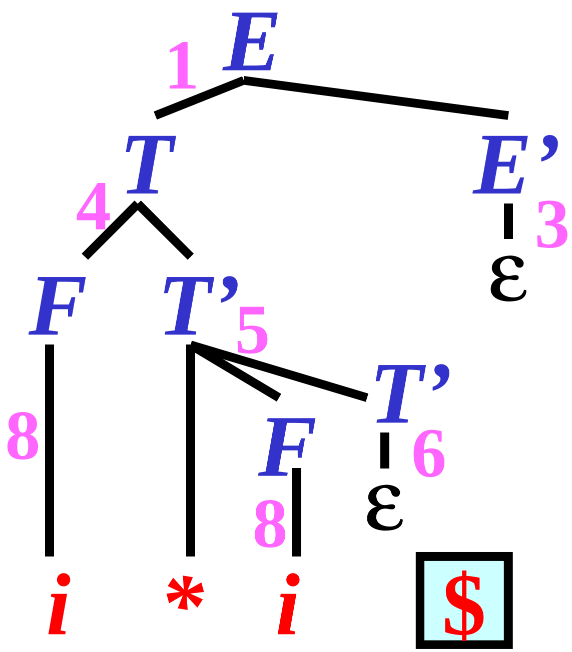
Zbytek tabulky by se sestrojil analogicky.

SA založená na LL-tabulce: Příklad

	i	+	*	(	)	$
E	1			1		
E'		2			3	3
T	4			4		
T'		6	5		6	6
F	8			7		

1: $E \to TE'$
2: $E' \to +TE'$
3: $E' \to \varepsilon$
4: $T \to FT'$
5: $T' \to *FT'$
6: $T' \to \varepsilon$
7: $F \to (E)$
8: $F \to i$

Otázka: $i * i \in L(G_{expr3})$?



LL gramatiky s ε-pravidly: Definice

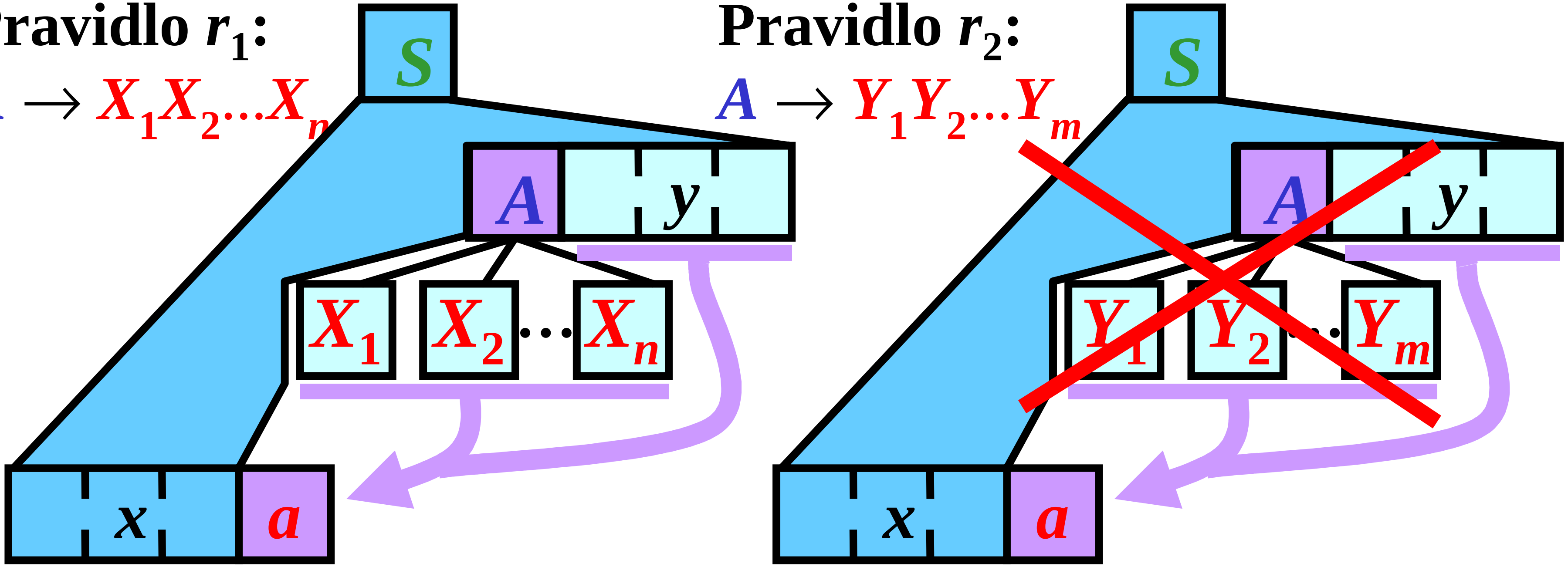
Definice: Nechť $G = (N, T, P, S)$ je BKG. G je *LL-gramatika*, pokud pro každé $a \in T$ a každé $A \in N$ existuje **maximálně jedno** A-pravidlo tvaru $A \rightarrow X_1X_2 \ldots X_n \in P$ a platí: $a \in Predict(A \rightarrow X_1X_2 \ldots X_n)$

Ilustrace:

Nesmí nastat v LL-gramatice

Pravidlo r_1: $A \rightarrow X_1X_2 \ldots X_n$

Pravidlo r_2: $A \rightarrow Y_1Y_2 \ldots Y_m$



$a \in Predict(A \rightarrow X_1X_2 \ldots X_n)$ $a \in Predict(A \rightarrow Y_1Y_2 \ldots Y_m)$

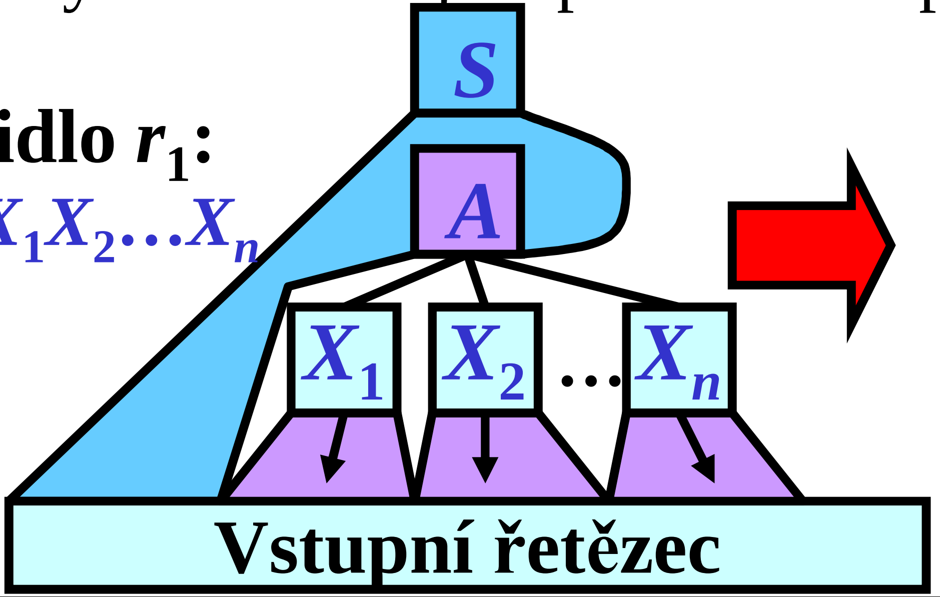
Implementace LL Analyzátoru

1) Rekurzívní sestup

- Každý neterminál je reprezentován procedurou, která řídí SA:

Pravidlo r_1:

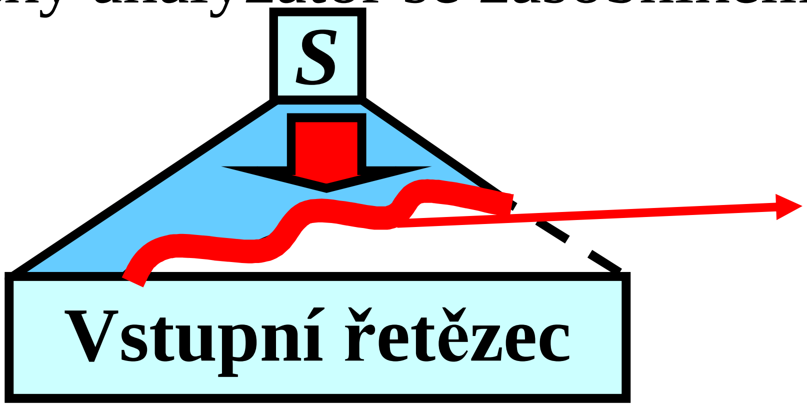
$A \rightarrow X_1X_2\ldots X_n$




```
function A: boolean;
begin
  {X1 analýza}
  {X2 analýza}
  ...
  {Xn analýza}
end
```

2) Prediktivní syntaktická analýza

- Syntaktický analyzátor se zásobníkem řízený tabulkou



Právě tyto symboly v tomto pořadí jsou uloženy na zásobníku.

Rekurzívní sestup: Příklad 1/4

```
Procedure GetNextToken;
begin
{ tato procedura uloží následující token do proměnné “token”}
end
```

• Pro $E \in N$: Pravidlo 1: $E \rightarrow TE'$

```
function E: boolean;
begin
   E := false;
   if token in ['i', '('] then
      { simulace pravidla 1: E → TE' }
       E := T and E1;
end;
```

	i	+	*	(	)	$
E	1			1		
E'		2			3	3
T	4			4		
T'		6	5		6	6
F	8			7		

• Pro $T \in N$: Pravidlo 4: $T \rightarrow FT'$

```
function T: boolean;
begin
   T := false;
   if token in ['i', '('] then
      { simulace pravidla 4: T → FT' }
      T := F and T1;
end;
```

	i	+	*	(	)	$
E	1			1		
E'		2			3	3
T	4			4		
T'		6	5		6	6
F	8			7		

Rekurzívní sestup: Příklad 2/4

- Pro *E'* ∈ *N*: Pravidla 2: *E'* → +*TE'*, 3: *E'* → ε

2

	i	+	*	(	)	$
E	1			1		
E'		2			3	3
T	4			4		
T'		6	5		6	6
F	8			7		

3

```
function E1: boolean;
begin
   E1 := false;
   if token = '+' then begin
      { simulace pravidla 2: E' → +TE' }
      GetNextToken;
      E1 := T and E1;
   end
   else
   if token in [')', '$'] then
      { simulace pravidla 3: E' → ε}
      E1 := true;
end;
```

Rekurzívní sestup: Příklad 3/4

- Pro *T’* ∈ *N*: Pravidla 5: *T’* → **FT’*, 6: *T’* → ε

```
function T1: boolean;
begin
   T1 := false;
   if token = '*' then begin
      { simulace pravidla 5: T’ → *FT’ }
      GetNextToken;
      T1 := F and T1;
   end
   else
   if token in ['+', ')', '$'] then
      { simulace pravidla 6: T’ → ε}
      T1 := true;
end;
```

	i	+	*	(	)	$
E	1			1		
E’		2			3	3
T	4			4		
T’		6	5		6	6
F	8			7		

Rekurzívní sestup: Příklad 4/4

- Pro $F \in N$: Pravidla 7: $F \rightarrow (E)$, 8: $F \rightarrow i$

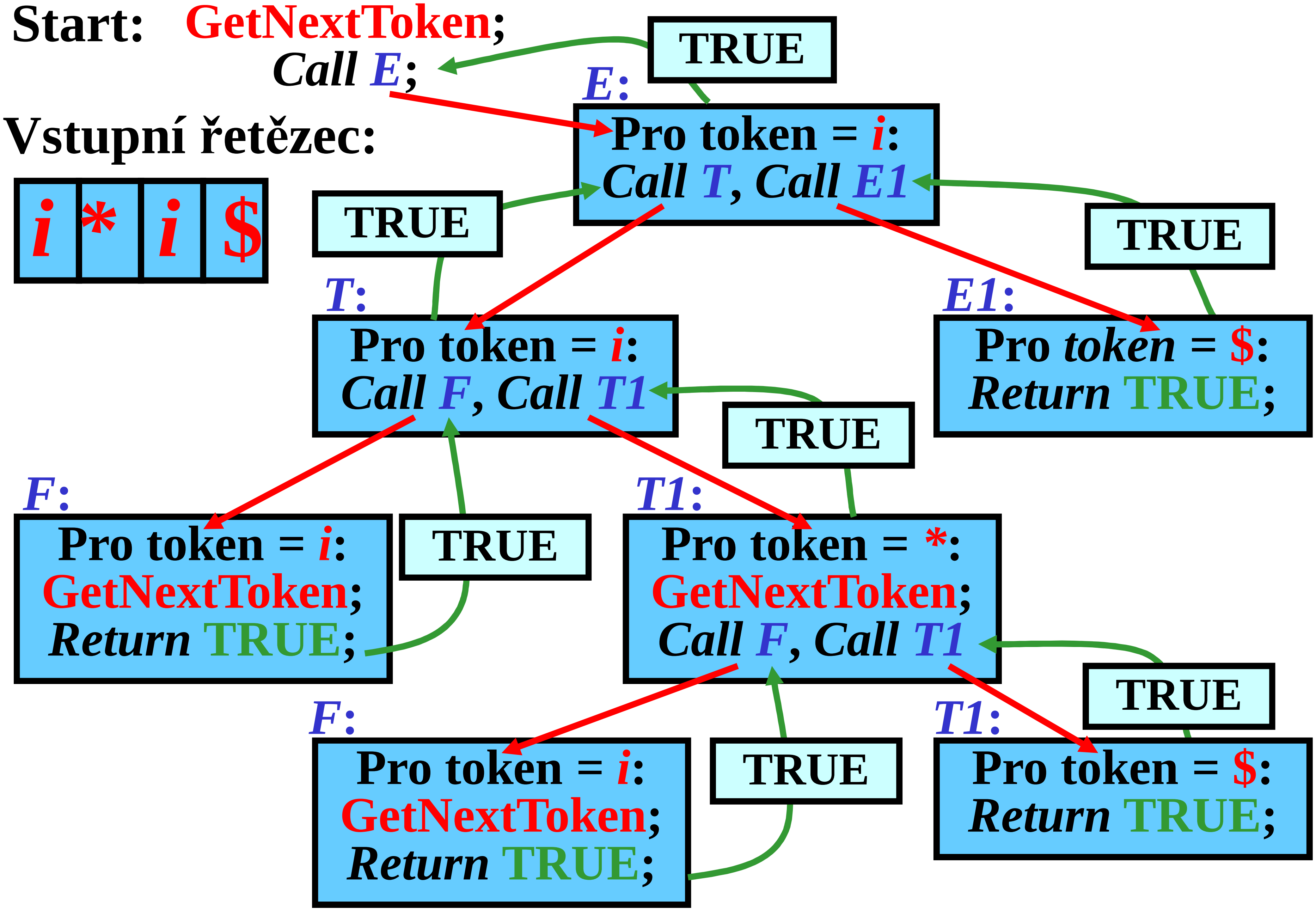
```
function F: boolean;
begin
   F := false;
   if token = '(' then begin
      { simulace pravidla 7: F → (E) }
      GetNextToken;
      if E then begin
         F := (token = ')');
         GetNextToken;
      end;
   end
   else
   if token = 'i' then begin
      { simulace pravidla 8: F → i }
      F := true;
      GetNextToken;
   end;
end;
```

	i	+	*	(	)	$
E	1			1		
E'		2			3	3
T	4			4		
T'		6	5		6	6
F	8			7		

Hlavní tělo programu:

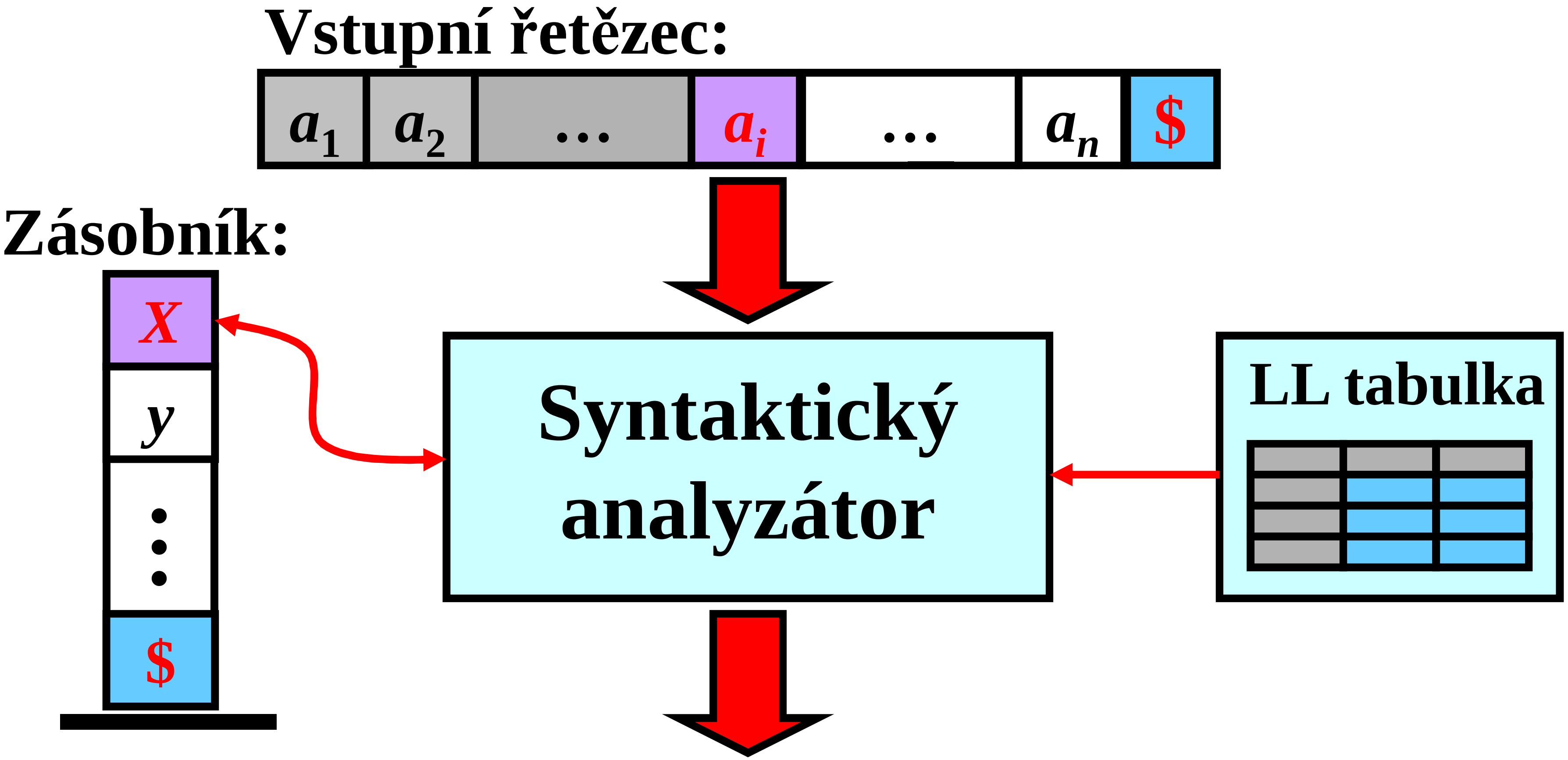
```
begin
   GetNextToken;
   if E then
      write('OK')
   else
      write('ERROR')
end.
```

Rekurzívní sestup: Ilustrace pro *i***i*$



Prediktivní syntaktická analýza

- **Model pro prediktivní syntaktickou analýzu:**



Levý rozbor = posloupnost pravidel, která je použita v nejlevější derivaci pro vstupní řetězec.

Prediktivní SA: Algoritmus

- **Vstup:** LL-tabulka pro $G = (N, T, P, S)$; $x \in T^*$
- **Výstup:** Levý rozbor pro x, pokud $x \in L(G)$ jinak chyba

---

- **Metoda:**
- push($) & push($S$) na zásobník
- **repeat**
  - nechť X je vrchol zásobníku a a aktuální token
  - **case** X **of**:
    - X = $: **if** a = $ **then** úspěch
      else chyba;
    - $X \in T$: **if** $X = a$ **then** pop(X) & přečti další a ze vstupního řetězce
      else chyba;
    - $X \in N$: **if** $r: X \rightarrow x \in$ LL-tabulka$[X, a]$ **then**
      zaměň na vrcholu zásobníku X za reversal(x) & zapiš r na výstup
      else chyba;

until úspěch **or** chyba

Prediktivní SA: Příklad

	i	+	*	(	)	$
E	1			1		
E'		2			3	3
T	4			4		
T'		6	5		6	6
F	8			7		

Pravidla:

1: $E \to TE'$
2: $E' \to +TE'$
3: $E' \to \varepsilon$
4: $T \to FT'$
5: $T' \to *FT'$
6: $T' \to \varepsilon$
7: $F \to (E)$
8: $F \to i$

Vstupní řetězec: *i * i $*

Zásobník	Vstup	Pravidlo	Derivace
$E	*i*i$	1: $E \to TE'$	$\underline{E} \Rightarrow \underline{T}E'$
$E'T	*i*i$	4: $T \to FT'$	$\Rightarrow \underline{F}T'E'$
$E'T'F	*i*i$	8: $F \to i$	$\Rightarrow i\underline{T'}E'$
$E'T'i	*i*i$		
$E'T'	*i$	5: $T' \to *FT'$	$\Rightarrow i*\underline{F}T'E'$
$E'T'F*	*i$		
$E'T'F	i$	8: $F \to i$	$\Rightarrow i*i\underline{T'}E'$
$E'T'i	i$		
$E'T'	$	6: $T' \to \varepsilon$	$\Rightarrow i*i\underline{E'}$
$E'	$	3: $E' \to \varepsilon$	$\Rightarrow i*i$
$	$		

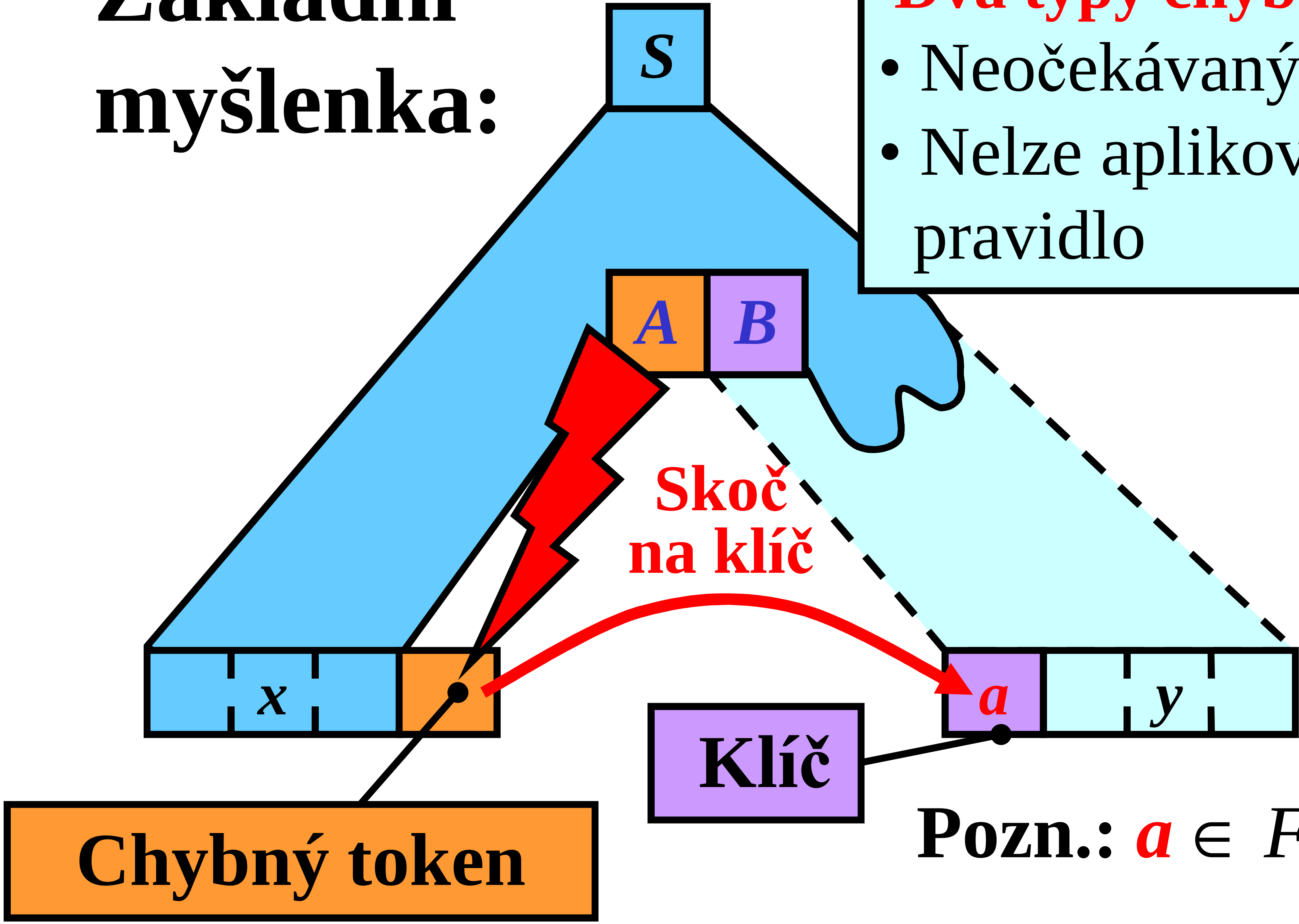
Úspěch

Levý rozbor: 1485863

Zotavení z chyb: Úvod

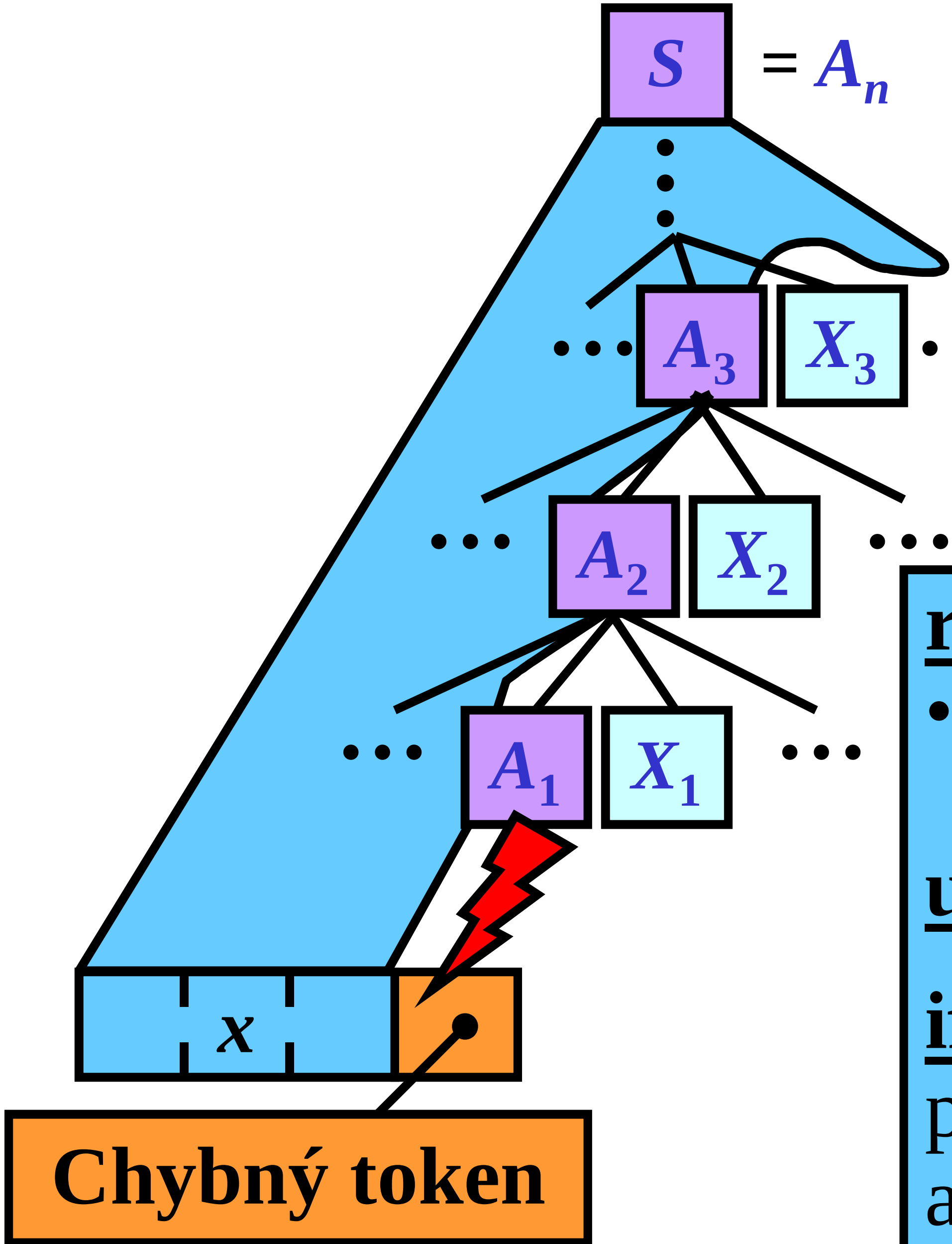
Základní myšlenka:

Dva typy chyb:
- Neočekávaný token
- Nelze aplikovat pravidlo



Pozn.: $a \in Follow(A)$

Hartmannova metoda: Zotavení z chyb



- Nechť ***Context***(A_1) =
  Follow(A_1) ∪
  Follow(A_2) ∪
  …
  Follow(A_n)

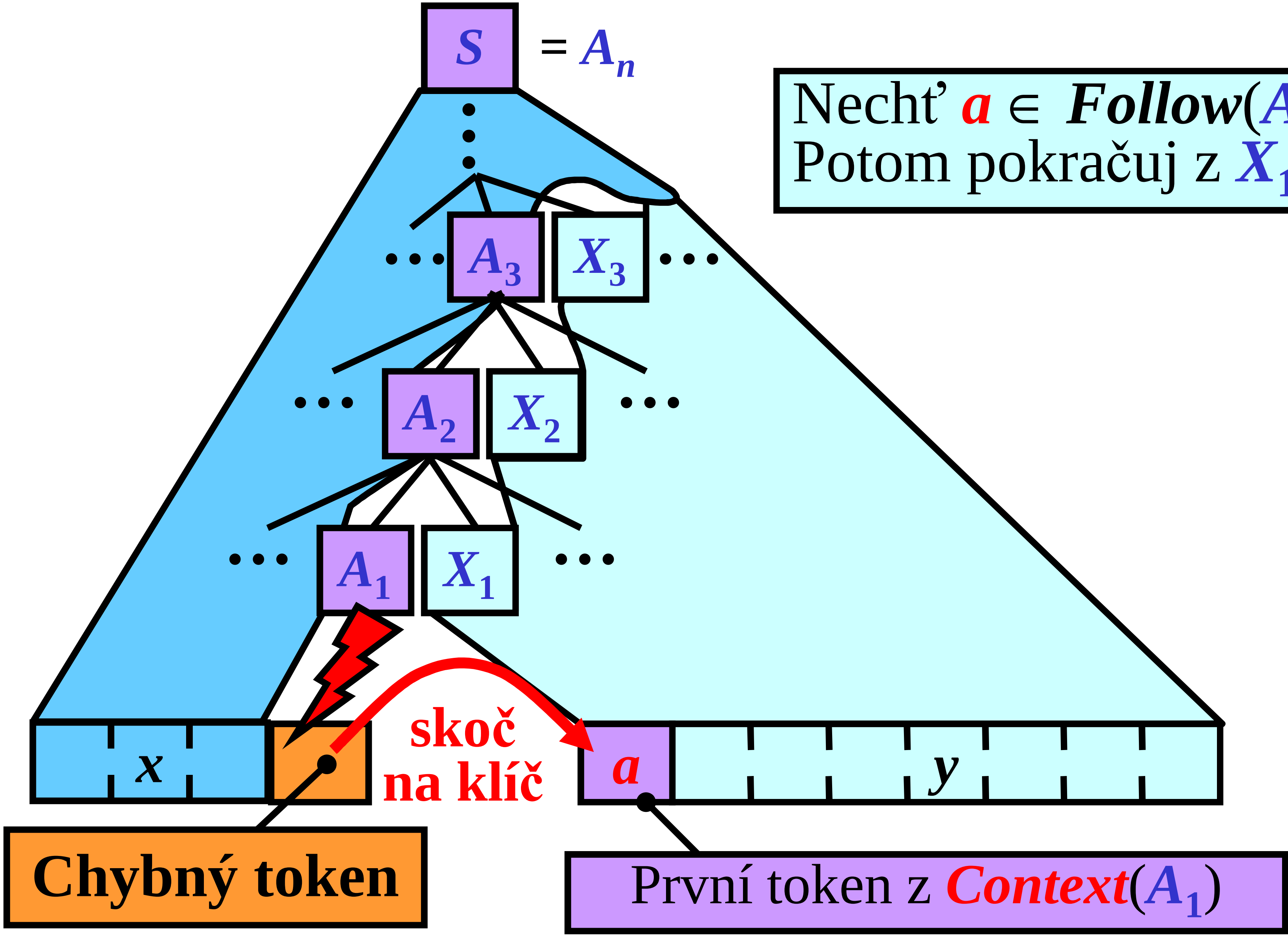
repeat
- a := GetNextToken;
  {Tyto tokeny přeskoč}

until a v množ. ***Context***(A_1)

if a v množ. ***Follow***(A_i) **then** pokračuj v syntaktické analýze od symbolu X_i.

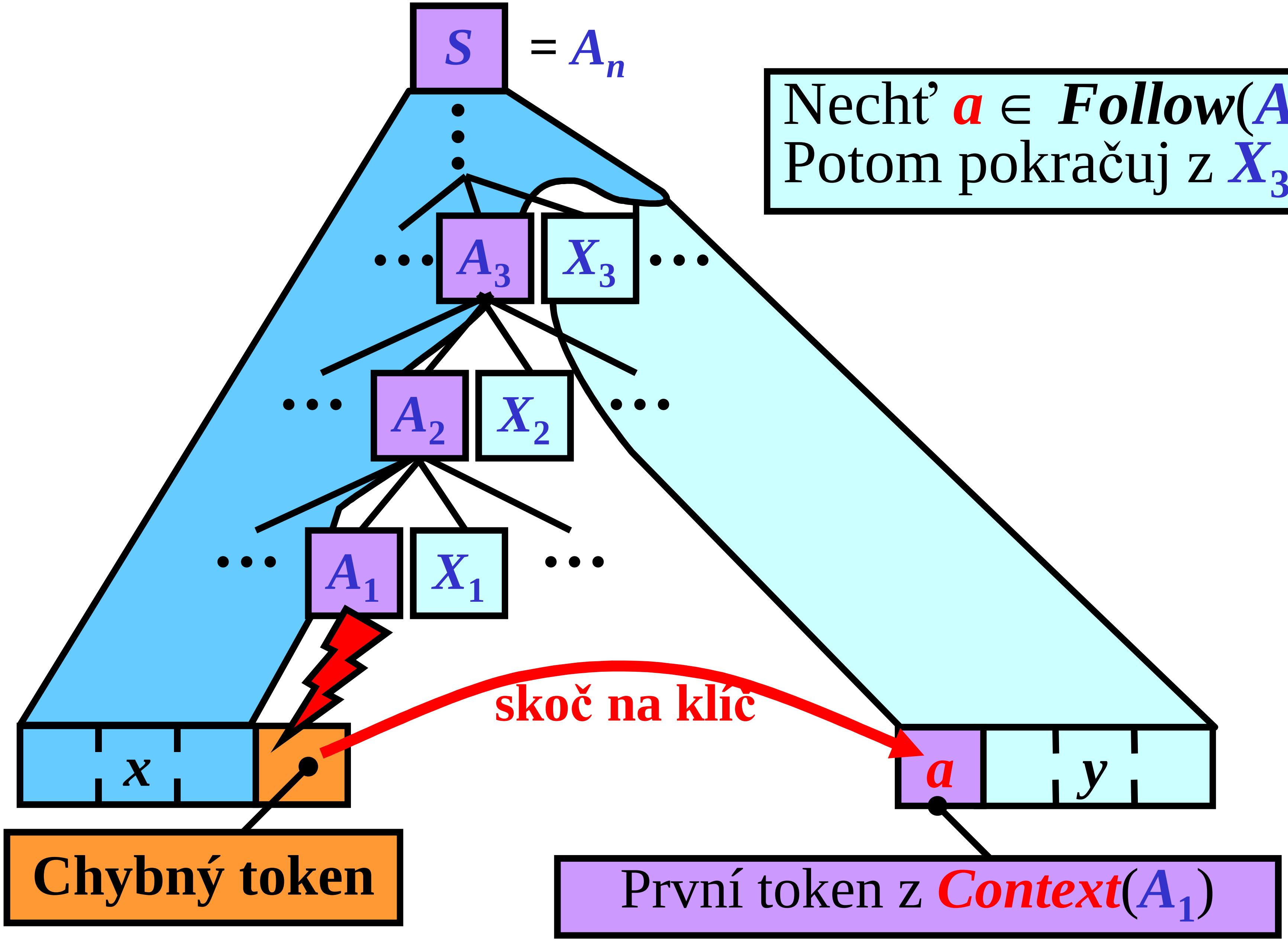
Zotavení z chyb: Ilustrace 1/2

Nechť ***a*** ∈ ***Follow***(A_1).
Potom pokračuj z X_1



Zotavení z chyb: Ilustrace 2/2

Nechť $a \in$ ***Follow***(A_3).
Potom pokračuj z X_3



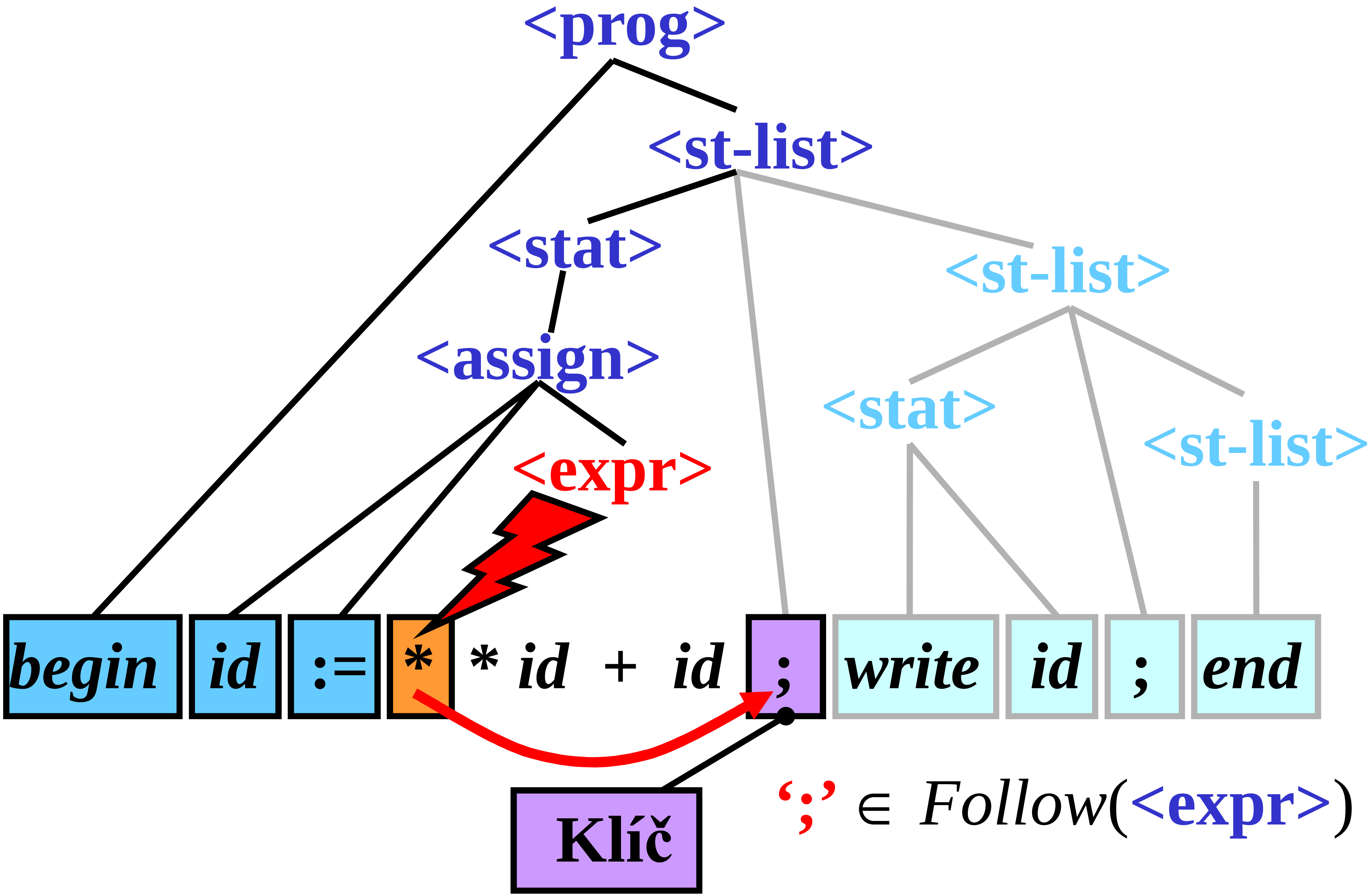
Context(*X*) pro prediktivní SA: Varianta I

Pro *G* = (*N*, *T*, *P*, *S*),

Context*(*A*) = *Follow*(*A*) pro všechna *A* ∈ *N

- **Metoda:**
- Nechť ***A*** je vrchol zásobníku & žádné pravidlo nelze použít:
- **repeat**
  a := GetNextToken;
  {Tyto tokeny jsou přeskočeny}
  until ***a*** v množině ***Context***(***A***)
- odstraň ***A*** ze zásobníku;

Varianta I: Příklad



'**;**' ∈ *Follow*(**<expr>**)

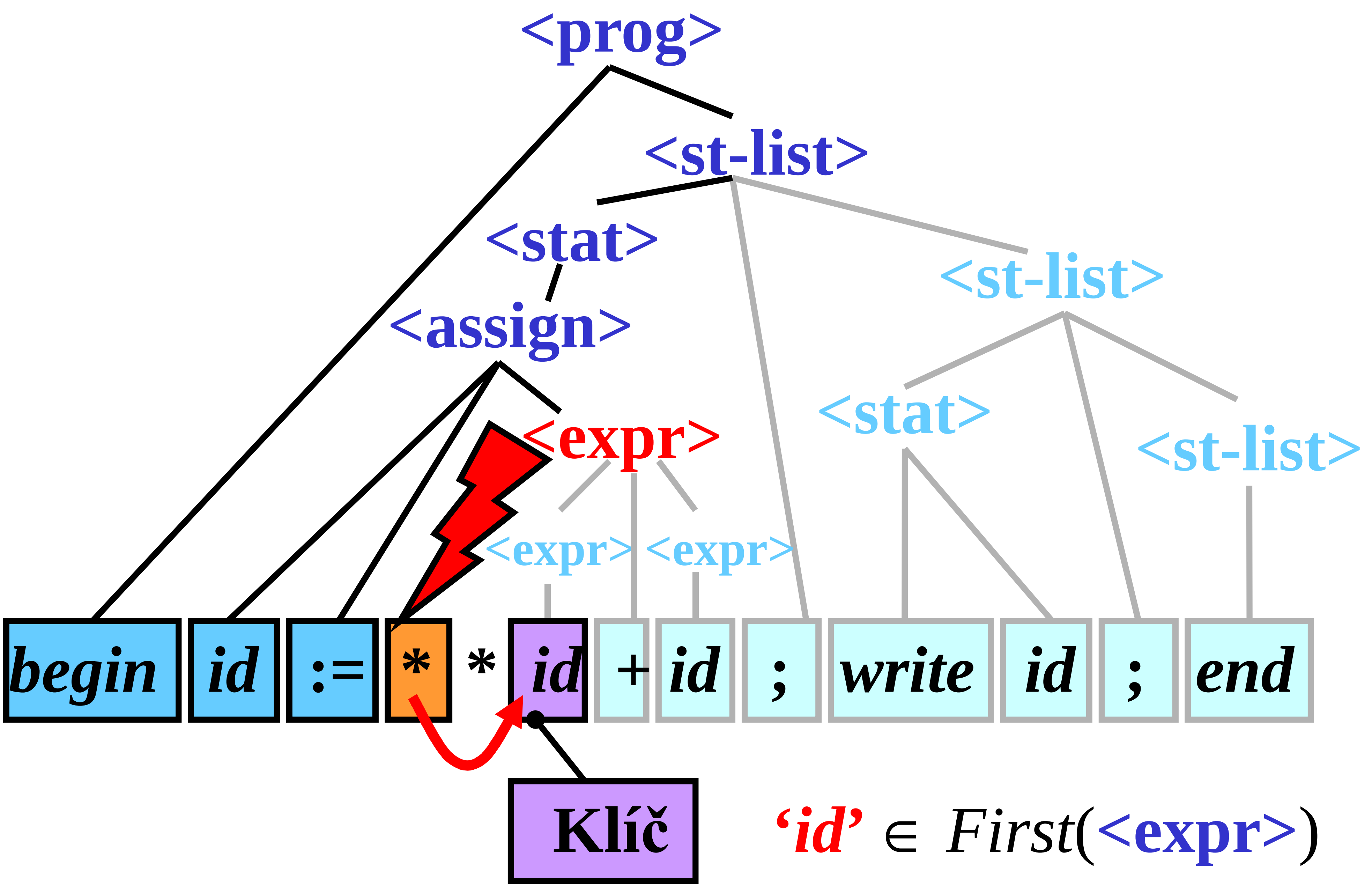
Context(*X*) pro prediktivní SA: Varianta II

Pro $G = (N, T, P, S)$,

***Context*(A) = *First*(A) $\cup$ *Follow*(A) pro všechna $A \in N$**

- **Metoda:**
- Nechť A je vrchol zásobníku & žádné pravidlo nelze použít:
- **repeat**
  a := GetNextToken;
  {Tyto tokeny jsou přeskočeny}
  until a v množině *Context*(A)
- **if** $a \in$ *First*(A) **then** ponech symbol A na zásobníku
  else odstraň A ze zásobníku; // $a \in$ *Follow*(A)

Varianta II: Příklad



'id' $\in$ *First*(**<expr>**)